

Avaliemos os limites físicos  $E_{\min}$  e  $E_{\max}$ :

• A variação máxima de velocidade é classicamente  $\vec{v} \rightarrow -\vec{v} \Rightarrow 2v$ , pelo que a energia transferida para o electrão não pode exceder  $E_{\max} = \frac{M_2 (2v)^2}{2} = 2M_2 v^2$ .

• A energia mínima que pode ser transferida para o electrão é a sua energia de ligação no átomo. Para o conjunto dos electrões atómicos usa-se  $\bar{I}$ , a energia média de ionização.

Obtemos, então:  $\ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \ln \frac{2M_2 v^2}{\bar{I}}$  ( $\bar{I} \sim 10-15 Z_2^2 \text{ eV}$ )

Concluindo, a perda de energia por unidade de comprimento de uma partícula carregada não relativista é:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi \frac{z_1^2 e^4}{M_2 v^2} n_v z_2 \ln \frac{2M_2 v^2}{\bar{I}}$$

Esta expressão clássica, devida a Bohr, não contém explicitamente  $M_1$  nem  $E_1$ . Mas, para partículas com a mesma energia,  $-dE/dx$  é proporcional às suas massas. (cf. figura  $dE/dx \rightarrow$ )

Ou seja, fazendo  $v^2 = 2E/M_1$ , temos o comportamento:

$$-\frac{dE}{dx} \propto 1/E, \quad \text{ou} \quad E \frac{dE}{dx} = \text{cte}$$

No caso relativista, obtém-se a expressão geral:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z_1^2 e^4}{M_2 v^2} n_v z_2 \left( \ln \frac{2M_2 v^2}{\bar{I}(1-\beta^2)} - \beta^2 \right)$$

Expressão de Bethe-Bloch