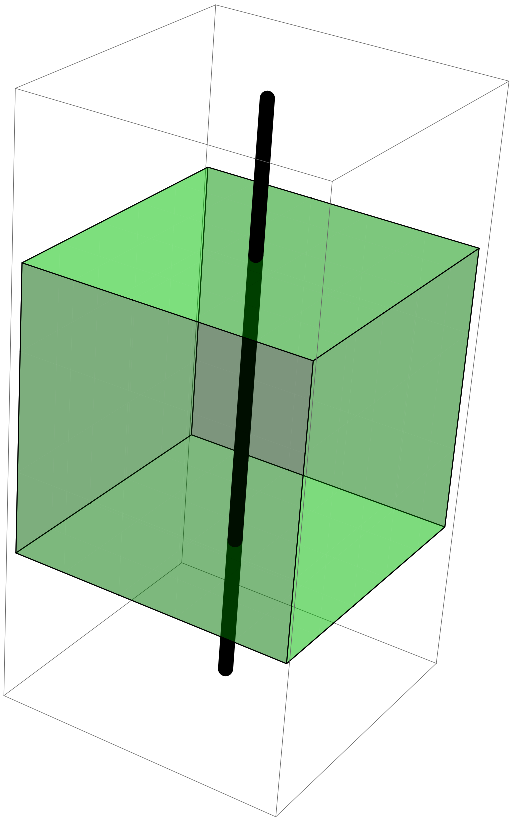
Instituto Superior Técnico

Electromagnetismo e Óptica
1 º semestre 2012 / 2013
Ficha 1

In[124]:=
```
Print[Style[ "\nResultados\nExecicio1", 22, Bold]]
Graphics3D[{Black, Thickness[0.03], Line[{{0, 0, -2 * lado}, {0, 0, 2 * lado} }],
  Green, Opacity[.3], Cuboid[{- lado, - lado, - lado}, {lado, lado, lado}]}]
Print["Queremos calcular o fluxo do campo electrico numa das
   faces laterais do cubo, podemos fazer de duas maneiras, podemos
   utilizar a lei de Gaus, ou podemos calcular esplicitamente E⃗.n⃗\n"]
```

Resultados
Execicio1

Out[125]=



Queremos calcular o fluxo do campo electrico numa das
faces laterais do cubo, podemos fazer de duas maneiras, podemos
utilizar a lei de Gaus, ou podemos calcular esplicitamente $\vec{E}.\vec{n}$

Resolução mais simples :

utilizando *a* lei de Gauss, temos uma carga interior $q_{\text{interior}} = \lambda * L$ (lado L do cudo) *o* cubo é uma superficie fechada, pelo que *o* fluxo total é (pela lei de *G*.) :

$$\int_{S_{\text{cubo}}} \vec{E}.\vec{n}\, dS = \frac{q_{\text{interior}}}{\epsilon} = \frac{\lambda * L}{\epsilon}$$

***O* campo eléctrico criado por um fio é radial (ver figura abaixo), logo não há fluxo de campo nas faces superior *e* inferior, assim apenas temos fluxo nas faces laterais Como *o* fio está no centro do cubo,**
então as quatro faces são equivalentes logo :

$$\int_{S_{\text{cubo}}} \vec{E}.\vec{n}\, dS = \int_{\text{S1}_{\text{face1}}} \vec{E}.\vec{n}\, d\text{S1} + \int_{\text{S2}_{\text{face2}}} \vec{E}.\vec{n}\, d\text{S2} + \int_{\text{S2}_{\text{face2}}} \vec{E}.\vec{n}\, d\text{S2} + \int_{\text{S2}_{\text{face2}}} \vec{E}.\vec{n}\, d\text{S2} = 4 \int_{\text{S1}_{\text{face1}}} \vec{E}.\vec{n}\, d\text{S1}$$

Apenas queremos saber *o* fluxo de campo em uma das faces logo :

$$\int_{\text{S1}_{\text{face1}}} \vec{E}.\vec{n}\, d\text{S1} = \frac{1}{4} \frac{\lambda * L}{\epsilon}$$

Resolução mais complexa :

Podemos calcular explicitamente qual é *o* campo electrico *e* depois calcular *o* fluxo na superficie.

$$\int_{S_{\text{cilindro}}} \vec{E}.\vec{n}\, dS = \frac{q_{\text{interior}}}{\epsilon} = \frac{\lambda * L}{\epsilon}$$

$$\vec{E}.\vec{n}\, 2\,\pi\, \text{RL} = \frac{\lambda * L}{\epsilon} \Leftrightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{2\,\pi\,\epsilon} \frac{\lambda}{R}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\,\pi\,\epsilon} \frac{\lambda}{R} \vec{e_r}$$

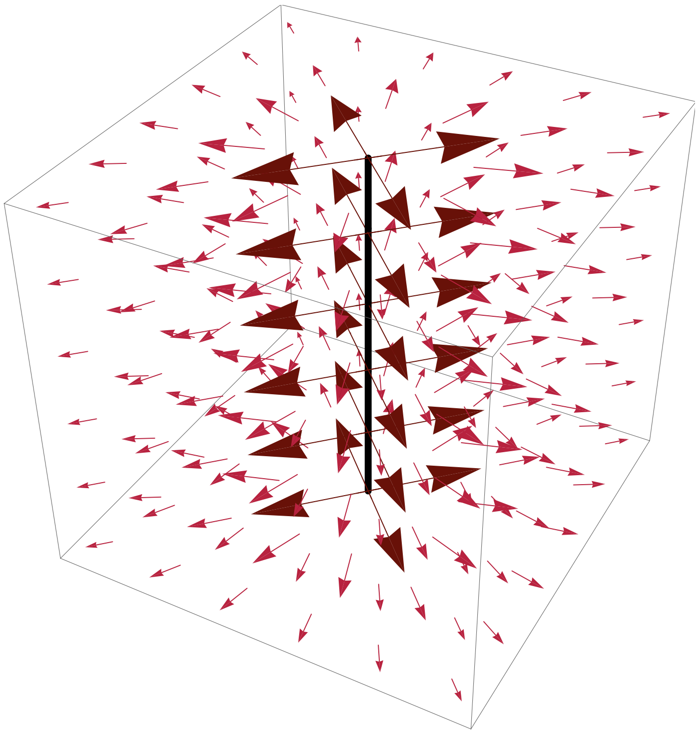
In[232]:=
```
(* Defenições *)
(*  Função para o Campo electrico em função de r*)
Electric[r_] := 1/(2 π ϵ0) λ/r;
(*Função para a direcção e⃗x*)
DirRx[x_, y_] := x/Sqrt[x^2 + y^2]
(*Função para a direcção e⃗y*)
DirRy[x_, y_] := y/Sqrt[x^2 + y^2]

(* vou desenhar o campo no espaço,
vou escolher alguns valores apenas para poder desenhar o campo explicitamente*)
(* para a permitividade utilizei o valor do vacuo*)
ϵ0 := 8.854187817620 * 10^-12
(* usei um lado =1 e um λ=1*)
lado := 1
λ := 1

(* o vector do ampo electrico é então E⃗=
 ( Electric[r]*DirRx[x,y] ,  Electric[r]*DirRy[x,y] ,  0)   *)
Print[Style[ "\nCampo electrico no espaço", 16, Bold]]
Show[Graphics3D[{Black, Thickness[0.01], Line[{{0, 0, -lado}, {0, 0, lado} }]}],
 VectorPlot3D[
  {Electric[Sqrt[x^2 + y^2]] * DirRx[x, y], Electric[Sqrt[x^2 + y^2]] * DirRy[x, y], 0},
  {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}, VectorScale → Automatic,
  VectorPoints → 6, VectorColorFunction → (ColorData[22][Round[#7]] &)] ]
```

Campo electrico no espaço

Out[239]=



Agora vamos calcular *o* fluxo do campo electrico

$$\int_{S1_{face1}} \vec{E}.\vec{n}\, d\, S1$$

O Campo electico é dado por :

$$\vec{E} = \left(|\vec{E}| . \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},\ |\vec{E}| . \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},\ 0 \right),\ \text{com}\ \vec{e_r} = \frac{x}{\sqrt{x\wedge 2 + y\wedge 2}}\ \vec{e_x} + \frac{y}{\sqrt{x\wedge 2 + y\wedge 2}}\ \vec{e_y}$$

Vamos escolher *a* face com $x = L/2$

Assim :

$$\vec{E} = \left(|\vec{E}| . \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + y^2}},\ |\vec{E}| . \frac{y}{\sqrt{(L/2)^2 + y^2}},\ 0 \right)$$

a normal na supercicie será :

$\vec{n} = (1, 0, 0)$, escolhemos *a* face com $x = L$, logo *a* normal aponta na direcção positiva de x

Assim $\vec{E}.\vec{n} = |\vec{E}| . \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + y^2}}$

então apenas precisamos de integrar na superficie de x contante,

logo integramos de $-L/2$ *a* $L/2$ em z *e* y (*o* cubo tem lado L *e* está centrado em 0)

$$\int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{-L/2}^{-L/2} |\vec{E}| . \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + y^2}}\, d\, y \right) d\, z$$

In[403]:=
```
(* Undefine λ e ϵ0  *)
λ =.
ϵ0 =.

Print["O fluxo ∫_{S1_face1} Ē.n⃗ⅆS1, com Ē.n⃗ =",
 Electric[√((L/2)^2 + y^2)] * (L/2)/√((L/2)^2 + y^2) , "\ndá o resultado:"]
```

$$\int_{-L/2}^{L/2}\left(\int_{-L/2}^{L/2} \text{Electric}\left[\sqrt{(L/2)\text{^}2 + y\text{^}2}\right] * \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + y^2}}\, dy\right) dz$$

O fluxo $\int_{S1_{face1}} \vec{E}.\vec{n}\, dS1$, com $\vec{E}.\vec{n} = \frac{L\,\lambda}{4\,\pi\left(\frac{L^2}{4} + y^2\right)\epsilon 0}$

dá o resultado:

Out[406]= $\frac{L\,\lambda}{4\,\epsilon 0}$

Verificamos explicitamente que *o* fluxo era realmente $\int_{S1_{face1}} \vec{E}.\vec{n}\, dS1 = \frac{L\,\lambda}{4\,\epsilon 0}$