

# Eletromagnetismo e Ótica (MEC/LEGM)

11ª Semana

- Probl. 1)** Um fio condutor cilíndrico de raio  $a$  e permeabilidade magnética  $\mu$  é percorrido por uma corrente  $I$ .
- Determine o campo magnético  $\vec{B}(r)$  em função da distância ao eixo do condutor, tanto dentro como fora dele.
  - A partir da expressão para a densidade de energia magnética  $u_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$  determine a energia armazenada por unidade de comprimento no campo magnético dentro do condutor.
  - A partir da expressão anterior determine o coeficiente de auto-indução interno  $L_{int}$  por unidade de comprimento do condutor.
  - Assumindo agora que existem dois destes condutores paralelos separados por uma distância  $d$  entre os seus eixos e percorridos por correntes iguais  $I$  mas em sentidos opostos, determine o coeficiente de auto-indução total  $L_{tot}$  por unidade de comprimento do sistema.

**Respostas:**

**R. 1-a)** Use a Lei de Ampere dentro e fora do condutor.

**R. 1-b)**  $\frac{U_m}{\ell} = \frac{\mu I^2}{16\pi}$

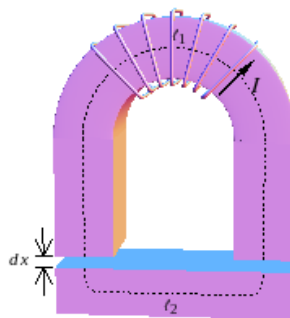
**R. 1-c)**  $\frac{L_{int}}{\ell} = \frac{\mu}{8\pi}$

**R. 1-d)**  $\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{\pi} \log\left(\frac{d-a}{a}\right) + \frac{\mu}{4\pi} \approx \frac{\mu_0}{\pi} \log\left(\frac{d}{a}\right) + \frac{\mu}{4\pi}$  se  $d \gg a$

- Probl. 2)** Um anel de secção quadrada de lado  $a$  e raio médio  $R_c$  é feito de um material de permeabilidade  $\mu$ . Enroladas no anel existem  $N$  espiras que transportam uma corrente  $I$ .
- Determine o campo magnético dentro do anel em função da distância ao centro.
  - Calcule o coeficiente de auto-indução do anel.
  - Determine de duas formas diferentes a energia magnética  $U_m$  armazenada no anel.

- Probl. 3)** Um tubo de vidro em  $U$  está parcialmente cheio de um líquido paramagnético de susceptibilidade magnética  $\chi_m$ . Um dos braços do tubo é submetido a um campo magnético horizontal  $\vec{H}$ , observando-se então que o líquido sobe nesse braço e desce no outro até haver uma diferença  $h$  entre os níveis de líquido em cada braço. Sabendo que a densidade do líquido é  $\rho$  e que os braços do tubo são abertos e expostos ao ar, determine a susceptibilidade  $\chi_m$  do líquido.

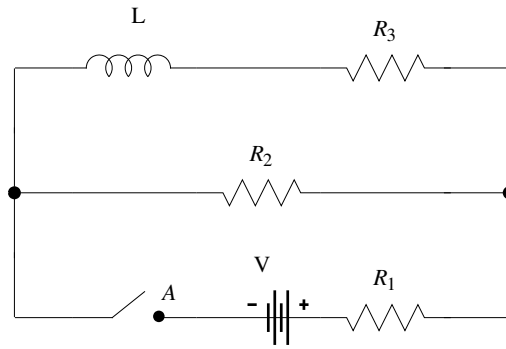
- Probl. 4)** O entreferro em forma de ferradura do eletromagnete mostrado na figura tem secção  $S = 100 \text{ cm}^2$ , um comprimento médio interno  $\ell_1 = 50 \text{ cm}$  e uma separação média entre extremidades  $\ell_2 = 20 \text{ cm}$ . A sua curva de magnetização é  $B(H) = \frac{2H}{400+H}$ , onde  $B$  tem unidades  $T$  e  $H$  é dado em  $\frac{A}{m}$ . Determine a relação entre a corrente  $I$  e o número de voltas  $N$  no enrolamento necessários para sustentar uma massa  $m = 300 \text{ Kg}$ .



**Resposta:**

**R. 4-a)**  $NI \approx 122 \text{ A}$

**Probl. 5)** Determine as correntes através de cada resistência no circuito da figura nas seguintes condições:



- No instante em que o interruptor  $A$  é fechado.
- Muito depois de fechar o interruptor.
- Imediatamente após abrir o interruptor quando o circuito já se encontrava em regime estacionário.
- Muito depois de abrir o interruptor.
- Escreva as equações do circuito quando o interruptor está fechado.

**Respostas:**

**R. 5-a)**  $I_1 = I_2 = \frac{V}{R_1 + R_2}$

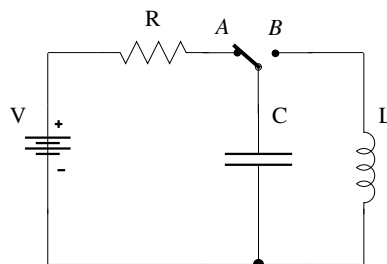
**R. 5-b)**  $I_1 = \frac{V}{R_1 + R_{eq}}$  ;  $I_2 = \frac{V R_{eq}}{R_2 (R_1 + R_{eq})}$  ;  $I_3 = \frac{V R_{eq}}{R_3 (R_1 + R_{eq})}$  onde  $R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$

**R. 5-c)**  $I_1 = 0$  ;  $I_2 = \frac{V R_{eq}}{R_3 (R_1 + R_{eq})} = -I_3$

**R. 5-d)**  $I_1 = I_2 = I_3 = 0$

**R. 5-e)** 
$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ V - L \frac{dI_3}{dt} = R_1 I_1 + R_3 I_3 \\ V = R_1 I_1 + R_2 I_2 \end{cases} \implies \begin{cases} I_1[t] = \frac{V + I_3[t] R_2}{R_1 + R_2} \\ I_2[t] = \frac{V - I_3[t] R_1}{R_1 + R_2} \\ I_3[t] = \frac{\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) V R_{eq}}{R_3 (R_1 + R_{eq})} \end{cases} \quad \text{onde } \tau = \frac{L (R_1 + R_2) R_{eq}}{R_2 R_3 (R_1 + R_{eq})}$$

**Probl. 6)** No circuito seguinte o interruptor que fecha o circuito em  $A$  há muito tempo é súbitamente aberto e faz contacto com  $B$ .



- Escreva as equações do circuito  $LC$  e determine a sua frequência de oscilação.
- Qual é a carga máxima que aparece no condensador?
- Qual a corrente máxima na indutância?
- Qual é a energia armazenada no circuito em qualquer instante?

**Respostas:**

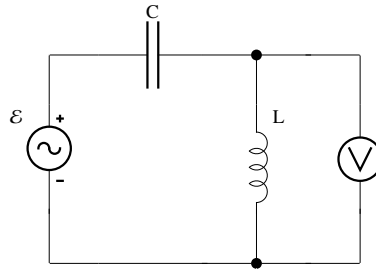
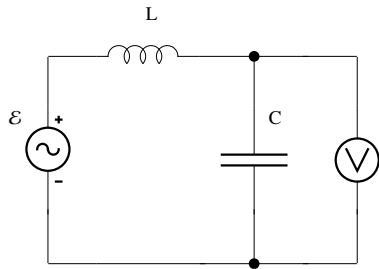
**R. 6-a)**  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

**R. 6-b)**  $Q_{max} = C V$

**R. 6-c)**  $I_{max} = V \sqrt{\frac{C}{L}}$

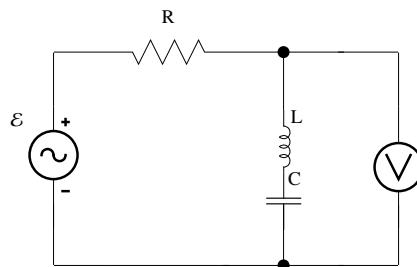
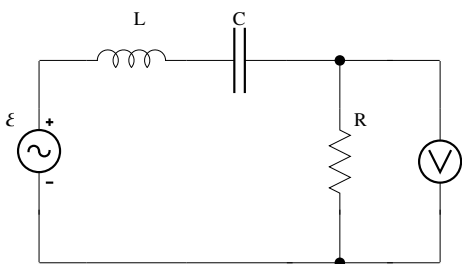
**R. 6-d)**  $U_m = \frac{1}{2} C V^2$

**Probl. 7)** Determine o comportamento da tensão de saída  $V$  em função da frequência  $\omega$  da fonte  $\mathcal{E}$  para as seguintes configurações de componentes.



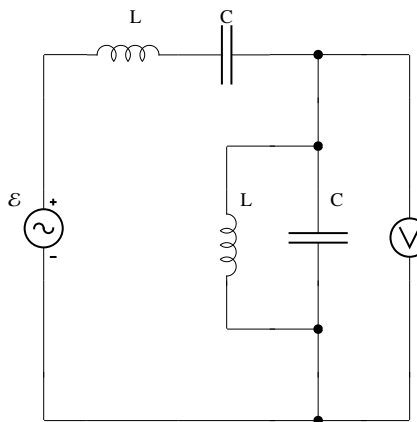
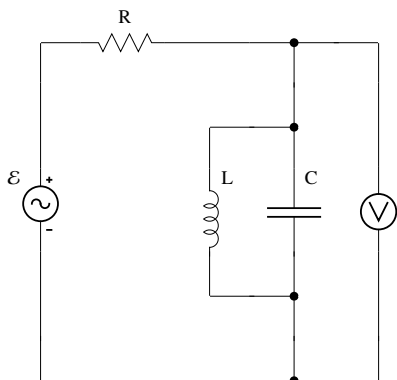
a)

b)



c)

d)



e)

f)

**Respostas:**

- R. 7-a)** Passa-Baixas
- R. 7-b)** Passa-Altas
- R. 7-c)** Passa-Banda
- R. 7-d)** Rejeita-Banda
- R. 7-e)** Passa-Banda
- R. 7-f)** Passa-Banda