

Eletromagnetismo e Ótica (MEC/LEGM)

13ª Semana

Probl. 1) Uma tensão $V = V_o \sin(\omega t)$ é aplicada no centro das armaduras de um condensador de placas paralelas de raio R e separação $d \ll R$. Determine em função da distância r ao eixo do condensador:

- A densidade de corrente de deslocamento \vec{J}_D .
- A intensidade de campo magnético \vec{H} .

Respostas:

R. 1-a) $\vec{J}_D = \epsilon_o \omega \frac{V_o}{d} \cos(\omega t) \vec{e}_z$

R. 1-b) $\vec{H} = \epsilon_o \omega r \frac{V_o}{d} \cos(\omega t) \vec{e}_\theta$

Probl. 2) O campo magnético entre os pólos circulares de raio R de um electromagnete é dado por

$\vec{B} = B_o \left(1 - \frac{1}{2} (\beta r)^2\right) \sin(\omega t) \vec{e}_z$. Determine a densidade de corrente de deslocamento em função do raio $r < R$.

Probl. 3) Um solenóide recto, comprido e fino de raio R , tem uma densidade superficial de corrente $J_s = J_o \sin(\omega t)$. Determine a densidade de corrente de deslocamento \vec{J}_D dentro do solenóide.

Probl. 4) Determine a densidade de corrente de deslocamento dum campo magnético no ar dado por:

- $\vec{H} = H_o \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$
- $\vec{H} = H_{ox} \sin(2x) \sin(\omega t - ky) \vec{e}_x + H_{oz} \sin(2x) \cos(\omega t - ky) \vec{e}_z$

Probl. 5) Num fio de $2m$ de comprimento e secção circular com $1mm$ de raio passam $5A$. O fio é homogéneo com resistividade eléctrica $\rho_e = 2\pi \times 10^{-7} \Omega m$.

- Calcule o campo magnético \vec{B} à superfície do fio (sug.: use a Lei de Ampère).
- Calcule a resistência do fio.
- Calcule a densidade de corrente e o campo eléctrico \vec{E} no condutor junto à superfície do fio.
- Calcule o vector de Poynting \vec{S} junto ao fio.
- Calcule, usando o resultado anterior, a energia de radiação trocada entre o fio e o exterior por unidade de tempo. Para onde vai essa energia?
- Calcule a potência dissipada no fio por efeito de Joule (calor de Joule).

Respostas:

R. 5-a) $\vec{B} = 10^{-3} \vec{e}_\theta$ (T)

R. 5-b) $R = 0.4$ (Ω)

R. 5-c) $\vec{E} = 1 \vec{e}_z \left(\frac{V}{m}\right)$

R. 5-d) $\vec{S} = -795.8 \vec{e}_r \left(\frac{W}{m^2}\right)$

R. 5-e) $P = 10$ (W)

R. 5-f) $P_d = 10$ (W)

Probl. 6) Uma onda electromagnética plana e monocromática, propaga-se num meio de constantes eléctricas e magnéticas relativas $\epsilon_r = 4$ e $\mu_r = 1$, e possui um campo eléctrico dado por:

$\vec{E}(\vec{r}, t) = 200 \times \cos\left(6 \times 10^6 t - kz + \frac{\pi}{3}\right) \vec{e}_y \quad \left(\frac{V}{m}\right)$

- Caracterize o estado de polarização desta onda e determine a velocidade de propagação e o vector de onda.
- Determine a expressão para o campo magnético (\vec{B}).
- Determine o valor médio da densidade de energia electromagnética transportada por esta onda e a sua intensidade.
- Supondo que esta onda incide segundo um ângulo de 60° relativamente à normal a uma superfície plana de área $S = 20 \text{ m}^2$, determine o valor médio da energia por unidade de tempo que incide nessa superfície.

Respostas:

R. 6-a) Linear, 90° com \hat{e}_x ; $v = 1.5 \times 10^8 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$, $\vec{k} = 0.04 \hat{e}_z (\text{m}^{-1})$

R. 6-b) $\vec{B}(z, t) = 1.33 \times 10^{-6} \cos\left(6 \times 10^{-6} t - 0.04 z - \frac{2\pi}{3}\right) \hat{e}_x (\text{T})$

R. 6-c) $u_{em} = u_e + u_m = 0.71 \left(\frac{\mu\text{J}}{\text{m}^3}\right)$, $I = 106.1 \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$

R. 6-d) 1.06 (kW)

Probl. 7) Uma onda plana electromagnética propaga-se num meio dieléctrico com permeabilidade magnética $\mu = \mu_0$, tendo a seguinte expressão para o campo eléctrico:

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega t - k \frac{y+z}{\sqrt{2}}\right) \\ E_z = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega t - k \frac{y+z}{\sqrt{2}}\right) \end{cases}$$

onde $E_0 = 900 \text{ V/m}$, $\omega = 3.768 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ e $|\vec{k}| = 1.257 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

- Determine as expressões correspondentes para o Campo Magnético (\vec{H}).
- Qual o comprimento de onda, a direcção, e o sentido da propagação da onda (vector \vec{k} num sistema de eixos (x,y,z)). Verifique que $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$, e que $\vec{k} \cdot \vec{H} = 0$.
- Qual a velocidade de propagação da onda no meio (fracção de velocidade da luz c) e qual o valor da constante dieléctrica do meio? [R: ϵ_r , ϵ_0]
- Quando esta onda incide perpendicularmente a um painel solar com 2 m^2 de área, qual a potência (média!) nele incidente? [R: 2.15 kW]
- Caracterize a polarização da onda (circular direita ou esquerda, ou linear a XX graus com os eixos). [R: linear a 45° com \hat{e}_z e a 135° com \hat{e}_y]

Probl. 8) Uma onda plana electromagnética propaga-se num meio dieléctrico com permeabilidade magnética $\mu = \mu_0$, tendo a seguinte expressão para o campo eléctrico:

$$\begin{cases} E_x = E_0 \sin(\omega t - ky) \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \cos(\omega t - ky) \end{cases}$$

onde $E_0 = 4 \times 10^{-9} \text{ V/m}$, $\omega = 5 \times 10^5 \text{ rad/s}$ e $|\vec{k}| = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

- Determine as expressões correspondentes para o Campo Magnético (\vec{H}).
- Qual a direcção e sentido da propagação da onda (vector \vec{k} num sistema de eixos (x,y,z)). Verifique que $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$, e que $\vec{k} \cdot \vec{H} = 0$.
- Qual a velocidade de propagação da onda no meio (fracção de velocidade da luz, c)? [R: $5/6 c$]
- Qual o comprimento de onda da onda? [R: $\pi \times 10^3 \text{ m}$]
- Caracterize a polarização da onda (circular direita ou esquerda, ou linear a XX graus com o eixo x (horizontal)). [R: circular direita]