

Eletromagnetismo e Ótica (MEC/LEGM)

6ª Semana

Probl. 1) Uma esfera condutora com uma carga $Q = 6 \text{ nC}$ e $R = 10 \text{ mm}$ de raio é posta a circular na extremidade de um fio isolante com uma frequência angular de $\omega = 100 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

- a) Determine a corrente média I no trajeto da esfera.
- b) Determine a densidade de corrente $\vec{J}(\vec{r})$ que lhe está associada.

Resposta:

R. 1-a) $I = 0.3 \mu\text{A}$

R. 1-b) $\vec{J}(\vec{r}) = \frac{\omega Q}{4\pi^2 R^2} \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{s}{R})^2}} \vec{e}_\theta(\theta)$ em qualquer ponto \vec{r} à distância $s < R$ do círculo descrito pelo centro da esfera, usando coordenadas cilíndricas com eixo \vec{e}_z perpendicular ao plano da trajetória e passando pelo centro da mesma.

Probl. 2) Um condutor cilíndrico de cobre, de raio R e resistividade ρ_e , é percorrido por uma corrente elétrica estacionária I de densidade $\vec{J}(r) = (\alpha + \beta r) \vec{e}_x$, onde r é a distância ao seu eixo. Considerando que o condutor tem uma carga λ por unidade de comprimento e que a sua permitividade elétrica é ϵ , determine:

- a) A corrente I que atravessa o condutor.
- b) O campo elétrico $\vec{E}_i(r)$ dentro do condutor.
- c) O campo elétrico $\vec{E}_e(\vec{r})$ na superfície exterior do condutor, assumindo que o meio que o envolve é o ar.

Respostas:

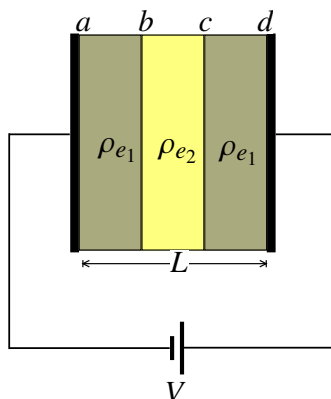
R. 2-a) $I = \pi R^2 \left(\alpha + \frac{2}{3} \beta R \right)$

R. 2-b) $\vec{E}_i(r) = \rho_e \vec{J}(r) = \rho_e (\alpha + \beta r) \vec{e}_x$

R. 2-c) $\vec{E}_e(R) = \rho_e (\alpha + \beta R) \vec{e}_x + \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 R} \vec{n}$

Probl. 3) Um condensador plano é constituído por três camadas de igual espessura, de resistividades ρ_{e1} e ρ_{e2} , distribuídas como indicado na figura entre duas armaduras condutoras de área A , separadas uma distância L e mantidas a uma tensão V . Determine, justificando:

- a) A corrente I que atravessa o condensador.
- b) Os campos elétricos \vec{E}_1 e \vec{E}_2 nos dois tipos de material dielétrico, com permitividades ϵ_1 e ϵ_2 .
- c) As densidades de carga de condução σ_{ci} em cada superfície a, b, c, d das três camadas dielétricas. (Assuma que a condutividade das armaduras é muito grande para poder desprezar o campo elétrico aí)



Respostas:

R. 3-a)
$$I = \frac{3AV}{(2\rho_{e1} + \rho_{e2})L}$$

R. 3-b)
$$\vec{E}_1 = \frac{3\rho_{e1}V}{(2\rho_{e1} + \rho_{e2})L} \vec{n}_{\pm}; \quad \vec{E}_2 = \frac{3\rho_{e2}V}{(2\rho_{e1} + \rho_{e2})L} \vec{n}_{\pm}$$

R. 3-c)
$$\sigma_c(a) = -\sigma_c(d) = -\frac{3\varepsilon_1V}{\rho_{e1}(2\rho_{e1} + \rho_{e2})L}; \quad \sigma_c(b) = -\sigma_c(c) = \frac{3(\varepsilon_1\rho_{e1} - \varepsilon_2\rho_{e2})V}{(2\rho_{e1} + \rho_{e2})L}$$

Probl. 4) Considere um cilindro oco de comprimento L , raio interior R_1 e raio exterior R_2 , feito de um material condutor de resistividade ρ_e .

- Se se aplicar uma tensão V_o entre as extremidades do cilindro de forma que a densidade de corrente seja paralela ao seu eixo, qual deve ser a resistência medida?
 - Qual é então a densidade de corrente $\vec{J}(\vec{r})$?
 - Se a mesma tensão for aplicada entre as superfícies interna e externa do cilindro de forma que a densidade de corrente seja radial, qual é a resistência apresentada pelo condutor?
 - Determine a densidade de corrente $\vec{J}(\vec{r})$ nestas condições.
-

Respostas:

R. 4-a)
$$R = \frac{\rho_e L}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$$

R. 4-b)
$$\vec{J}(r) = \frac{1}{\rho_e} \frac{V_o}{L} \vec{e}_z \quad \text{com } R_1 \leq r \leq R_2.$$

R. 4-c)
$$R = \frac{\rho_e}{2\pi L} \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

R. 4-d)
$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{V_o}{\rho_e \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) r} \vec{e}_r(\theta)$$

Probl. 5) Um aquecedor elétrico tem uma potência nominal de 1500 W, uma grelha elétrica 1000 W e uma torradeira 750 W. Se se ligarem simultaneamente os três aparelhos a um mesmo circuito doméstico de 220 V:

- Qual é a corrente que passa em cada aparelho?
 - Sabendo que o custo da eletricidade é de 0.16 € por kWh, quanto gasta por dia se o aquecedor estiver 3 h ligado, a grelha 20 min e a torradeira 5 min?
 - Se o circuito estiver protegido por um disjuntor de 15 A, ele dispara nesta situação?
 - Qual é a resistência em cada aparelho? E a resistência total no circuito?
-

Respostas:

R. 5-a) Em corrente alterna $V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}; I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}; I_{1max} = 9.6 A; I_{2max} = 6.4 A; I_{3max} = 4.8 A$

R. 5-b) Custo ≈ 0.78 €/dia

R. 5-c) Sim.

R. 5-d) $R_1 = 32.2 \Omega; R_2 = 48.4 \Omega; R_3 = 64.5 \Omega; R_{tot} = 14.9 \Omega$

Probl. 6) Um circuito para medir capacidades é construído como indicado na figura abaixo, utilizando um voltímetro de alta resistência interna e uma capacidade conhecida de $C_o = 1 \mu F$. O condensador cuja capacidade C_1 se pretende medir é ligado entre os pontos A e B no circuito. O interruptor em D é fechado brevemente para carregar o condensador C_1 , enquanto o interruptor em E está aberto, e a voltagem V_1 é medida no voltímetro. Depois o interruptor em D é aberto e o interruptor em E é fechado e a voltagem V_2 é medida no voltímetro. Mostre que a capacidade desconhecida vem dada por $C_1 = \frac{V_2}{V_1 - V_2}$ em μF .

