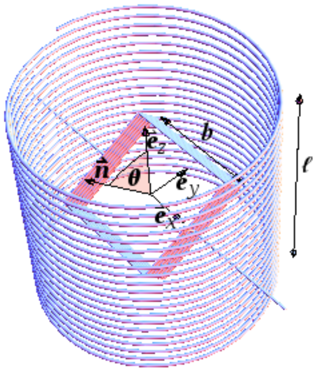
Eletromagnetismo e Ótica (MEC/LEGM)

10ª Semana

Probl. 1) Uma bobina vertical, com eixo segundo $\vec{e}_z$, de comprimento ℓ e raio $a \ll \ell$, é percorrida por uma corrente I_1 e tem n_1 espiras por unidade de comprimento. No seu interior existe uma bobina quadrada de lado b com N_2 espiras e comprimento desprezável que pode rodar em torno de um eixo $\vec{e}_x$ perpendicular ao eixo da bobina exterior. Esta bobina interior está ligada a uma fonte de corrente I_2 e tem uma resistência R_2.



a) Determine o campo $\vec{B}_1$ da bobina exterior.

b) Determine o fluxo de $\vec{B}_1$ que atravessa a bobina quadrada quando o seu eixo longitudinal faz um ângulo θ com $\vec{e}_z$.

c) Determine o coeficiente de auto-indução L_1 da bobina exterior e o coeficiente de indução mútua M da bobina quadrada.

d) Deduza a expressão para a força que actua em cada um dos lados da bobina quadrada e a força total quando ela está imóvel.

e) Qual é o binário que actua nessa situação na bobina interior? (Dê a sua resposta em função do ângulo θ)

f) Quando a bobina interior roda em torno do seu eixo $\vec{e}_x$ com velocidade angular ω, qual é a força electromotriz $\mathcal{E}_{em}$ a que fica submetida?

g) Qual é a corrente que percorre então a bobina interior? Justifique a resposta.

Respostas:

R. 1-a) $\vec{B}_1\,(r \ll a) = \mu_o\, n_1\, I_1\, \vec{e}_z$

R. 1-b) $\Phi_{21} = \mu_o\, \frac{N_2\, N_1}{\ell}\, b^2\, I_1\, cos(\theta)$

R. 1-c) $L_1 = \mu_o\, a^2\, \frac{N_1^2}{\ell}\, \pi \quad ; \quad M = \mu_o\, b^2\, \frac{N_1\, N_2}{\ell}\, cos(\theta)$

R. 1-d) $\vec{F}_1 = \mu_o\, b\, \frac{N_1\, N_2}{\ell}\, I_1\, I_2\, \vec{e}_y = -\vec{F}_3 \quad ; \quad \vec{F}_2 = -\mu_o\, b\, \frac{N_1\, N_2}{\ell}\, I_1\, I_2\, cos(\theta)\, \vec{e}_x = -\vec{F}_4$

R. 1-e) $\vec{N}_o = -N_2\, I_2\, b^2\, B_1\, sin(\theta)\, \vec{e}_x$

R. 1-f) $\mathcal{E}_{em}\,(t) = \mu_o\, b^2\, \frac{N_1\, N_2}{\ell}\, I_1\, \omega\, sin(\theta(t))$

R. 1-g) A corrente induzida $\frac{\mathcal{E}_{em}\,(t)}{R_2}$ é compensada pela fonte de corrente, portanto a corrente continua a ser I_2.

Probl. 2) Uma bobina fina com 200 espiras tem uma área de $100\, cm^2$. A bobina está numa região onde o campo magnético é perpendicular ao plano da bobina e tem um módulo de $0.5\, T$.

a) Se a fonte do campo é desligada (ou afastada) de modo a que o campo seja reduzido a zero em $200\, ms$, qual é o valor médio da f.e.m. induzida?

b) Se a bobina tiver uma resistência de $25\, \Omega$ e os seus extremos forem curto-circuitados, qual é a corrente média induzida?

Respostas:

R. 2-a) $\langle \mathcal{E}_{em} \rangle = 5\,V$

R. 2-b) $\langle I \rangle = \frac{1}{5}\,A$

Probl. 3) Uma bobina com 10 espiras e uma área de $0.12\,m^2$ roda a uma frequência de $60\,Hz$ num local onde há um campo magnético de $0.4\,T$. O eixo de rotação está no plano da bobina e é perpendiculIar ao campo magnético. Qual a f.e.m. máxima induzida na bobina? Que tipo de corrente é produzida, alterna ou contínua?

Respostas:

R. 3- $(\mathcal{E}_{em})_{max} = 181\,V$; A corrente é alterna, com frequência $60\,Hz$.

Probl. 4) Uma espira rectangular de largura a, comprimento ℓ e secção S é feita de uma material com condutividade σ_c e densidade ρ. A espira cai num campo gravítico de aceleração $\vec{\boldsymbol{g}} = -g\,\vec{\boldsymbol{e}}_z$, mantendo o comprimento ι vertical, e no instante $t = 0$ entra com velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}_o = -v_o\,\vec{\boldsymbol{e}}_z$ numa região com um campo magnético constante $\vec{\boldsymbol{B}} = B\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$, perpendicular ao plano da espira, que começa em $z = h \gg \ell$ e termina em $z = 0$.

a) Enquanto a espira está a entrar na zona de campo magnético qual é o sentido da corrente induzida I ?

b) Use a Lei de Faraday-Lenz para determinar a f.e.m. $\mathcal{E}_{em}$ induzida na espira e a magnitude da corrente induzida I.

c) Determine todas as forças (magnitude e direção) que actuam sobre a espira enquanto está a entrar na região do campo magnético.

d) Escreva a equação de movimento da espira e determine se esta poderia atingir uma velocidade limite e qual seria a sua magnitude.

e) Determine a potência dissipada pela corrente induzida na espira e compare com a taxa de trabalho realizado pelo campo gravítico sobre a espira.

f) Assumindo que a espira atinge a velocidade limite v_1, descreva o que acontece enquanto a espira está completamente dentro do campo magnético e quando esta começa a sair dessa região.

Respostas:

R. 4-a) Retrógrado (no sentido do movimento dos ponteiros do relógio) quando visto de $\vec{\boldsymbol{e}}_x$.

R. 4-b) $\mathcal{E}_{em} = a\,B\,v(t)$; $I = \frac{a B S \sigma_c\, v(t)}{2(a+\ell)}$ com $v(t) = \frac{dz}{dt} < 0$

R. 4-c) $\vec{\boldsymbol{F}}_m = -\frac{a^2\,B^2\,v(t)}{R}\,\vec{\boldsymbol{e}}_z$; $\vec{\boldsymbol{F}}_g = -m\,g\,\vec{\boldsymbol{e}}_z$

R. 4-d) $\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{a^2\,B^2\,v(t)}{m\,R} - g$; Sim, se $h - z(\tau) \ll \ell$, $v_1 = -g\,\tau$, onde $\tau = \frac{m\,R}{a^2\,B^2} = \frac{4\,(a+\ell)^2\,\rho}{a^2\,B^2\,\sigma_c}$.

R. 4-e) $\mathcal{P}_d = \frac{1}{R}\,\mathcal{E}^2_{em}(t) = \mathcal{P}_g = m\,g\,v(t) \approx \frac{8\,g^2\,S\,(a+\ell)^3\,\rho^2}{a^2\,B^2\,\sigma_c}$; $m = 2\,(a+\ell)\,S\,\rho$; $R = \frac{2\,(a+\ell)}{\sigma_c\,S}$

Probl. 5) Uma barra condutora de massa m e resistência R desliza horizontalmente, sem atrito, sobre dois carris condutores paralelos, separados por uma distância ℓ e ligados a uma bateria fornecendo uma tensão V. Em toda a região existe um campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ vertical constante. Assumindo que a barra está inicialmente em repouso, e desprezando a resistência dos carris, mostre que a velocidade da barra no instante t é $v = \frac{V}{B\,\ell}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ onde $\tau = \frac{m\,R}{B^2\,\ell^2}$.