Electromagnetismo
e
Óptica

Segunda, 11 Novembro, 2013

MEC LEGM

Campo Magnético na matéria

Permeabilidade Magnética $\mu = \mu_o(1 + \chi_m)$ e Susceptividade Magnética χ_m

$$\overrightarrow{\boldsymbol{M}} = \chi_m \overrightarrow{\boldsymbol{H}} \qquad \Longrightarrow$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = \mu_o\left(\overrightarrow{\boldsymbol{H}} + \overrightarrow{\boldsymbol{M}}\right) = \mu_o\,(1 + \chi_m)\,\overrightarrow{\boldsymbol{H}} \qquad \Longrightarrow \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{H}} = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{B}}}{\mu_o\,(1 + \chi_m)} = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{B}}}{\mu}$$

$$\left(|\chi_m| \sim 10^{-6},\ \mu \sim \mu_o\right)$$

Em geral $|\chi_m| \ll 1$ para substâncias paramagnéticas ou diamagnéticas.

Diamagnéticas $(\chi_m < 0)$: $\vec{M}_o \equiv 0$

- \- Cobalto, Bismuto; (repelidas por um campo magnético forte)

Diamagnetismo sapo

Diamagnetismo morango

Efeito dum campo magnético em correntes de Ampére: Modelo de Langevin

Assumindo correntes elementares constituídas por electrões em movimento circular de raio R e velocidade v, podemos assumir uma frequência

$$\omega_o = \frac{v}{R}$$

e consequentemente uma corrente

$$\mathrm{I} = \frac{|q_e|}{T} = \frac{q_e}{2\pi}\omega$$

Em consequência existe um momento magnético orbital

$$\vec{\boldsymbol{m}} = \mathrm{I}\pi R^2 \vec{\boldsymbol{n}} = \frac{1}{2} q_e R^2 \vec{\omega}.$$

Numa situação de órbita circular de raio R, deve existir uma força centrípeta tal que

$$F_{cp} = m_e \omega_o^2 R$$

Com a introdução de um campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$, e devido à força de Laplace adicional $\vec{\boldsymbol{F}}_m = q_e \vec{\boldsymbol{v}} \times \vec{\boldsymbol{B}}$, temos agora, a manter-se R constante, é necessário que ω verifique

$$F_{cp} \pm q_e \omega R B = m_e \omega^2 R$$

$$\pm q_e \omega B = m_e\left(\omega^2 - \omega_o^2\right) = m_e(\omega - \omega_o)(\omega + \omega_o) = 2 m_e \Delta\omega\ \omega_m$$

Note-se contudo que, quando a força de Laplace $\vec{\boldsymbol{F}}_m = q_e \vec{\boldsymbol{v}} \times \vec{\boldsymbol{B}} \propto -\vec{\boldsymbol{e}}_r$, ou seja quando o electrão viaja no sentido direto relativamente à direcção de $\vec{\boldsymbol{B}}$, o momento magnético $\vec{\boldsymbol{m}} \| -\vec{\boldsymbol{B}}$, e então a força centrípeta aumenta, o que significa que $\Delta\omega > 0$, ou seja $\Delta\vec{\boldsymbol{m}} \| -\vec{\boldsymbol{B}}$.

Se $\vec{\boldsymbol{F}}_m \propto \vec{\boldsymbol{e}}_r$, ou seja quando o electrão viaja no sentido retrógrado relativamente a $\vec{\boldsymbol{B}}$, o momento magnético $\vec{\boldsymbol{m}} \| \vec{\boldsymbol{B}}$, e a força centrípeta diminuiria, o que significa que $\Delta\omega < 0$, ou seja $\Delta\vec{\boldsymbol{m}} \| -\vec{\boldsymbol{B}}$ como anteriormente.

Assumindo $\omega_m \approx \omega$ a variação de frequência é

$$|\Delta\omega| = \frac{|q_e|\,B}{2\,m_e}$$

A variação de momento magnético dum electrão é

$$\Delta\,\overrightarrow{\boldsymbol{m}} = -\frac{1}{2}\,|q_e|\,R^2\,\Delta\,\overrightarrow{\omega} = -\frac{q_e^2}{4\,m_e}\,R^2\,\mu_o\,\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$$

Somando para todos os electrões numa molécula, assumindo N moléculas por unidade de volume

$$\overrightarrow{\boldsymbol{M}} = -\left(N\,\frac{q_e^2}{4\,m_e}\,\mu_o\sum_i R_i^2\right)\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = \chi_m\,\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$$

Levitação magnética

Paramagnéticas $(\chi_m > 0)$: $\overrightarrow{\boldsymbol{M}}_o \neq 0$; $\langle \overrightarrow{\boldsymbol{M}}_o \rangle = 0$

- Alumínio; (atraídas por um campo magnético forte)

$$\vec{\tau}_m = \overrightarrow{\boldsymbol{M}}_o \times \overrightarrow{\boldsymbol{B}} \qquad \Longrightarrow \qquad (\overrightarrow{\boldsymbol{M}}_o \text{ alinha-se com } \overrightarrow{\boldsymbol{B}})$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{F}}_m = \left(\overrightarrow{\boldsymbol{M}}_o \cdot \nabla\right)\overrightarrow{\boldsymbol{B}} \qquad \Longrightarrow \quad (\text{Força no sentido de } \overrightarrow{\boldsymbol{B}} \text{ a aumentar})$$

Ferromagnéticas $(\chi_{\mathrm{m}} \gg 1): \overrightarrow{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{o}} \neq 0;\ \langle \overrightarrow{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{o}} \rangle \neq 0$

Domínios de Weiss e curvas de histerese

- Para Substâncias ferromagnéticas ($\mu_r = 1 + \chi_m \simeq$ 6500 - Ferro, Cobre, Níquel),

$$\overrightarrow{\boldsymbol{M}} \neq \chi_m \overrightarrow{\boldsymbol{H}}$$

em geral, mas define-se à mesma uma relação entre os campos magnéticos e a magnetização (Curvas de Histerese). A curva de Histerese representa a magnetização resultante da reorientação de domínios de Weiss quando submetidas a campos externos fortes

Temperatura de Curie

- A dependência da magnetização média da temperatura absoluta T atinge para substâncias ferromagnéticas um limite à temperatura de Curie, em que passam a comportar-se como substâncias paramagnéticas.

Campo de Toróide com fenda $\delta\ell$ e N espiras

- Lei de Ampére

$$\oint \vec{\boldsymbol{H}} \cdot d\vec{\boldsymbol{l}} = N\,\mathrm{I}$$

- Condições fronteira na fenda

$$\left(\vec{\boldsymbol{B}}_i - \vec{\boldsymbol{B}}_e\right) \cdot \vec{\boldsymbol{n}} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mu\, H_i = B_i = B_e = \mu_o\, H_e \quad \Longrightarrow \quad H_i = \frac{1}{\mu_r} H_e$$

$$H_i\,(\ell - \delta\ell) + H_e\,\delta\ell = N\,\mathrm{I} \quad \Longrightarrow \quad B_e\left(\frac{(\ell - \delta\ell)}{\mu} + \frac{\delta\ell}{\mu_o}\right) = N\,\mathrm{I}$$

- Designano por $n = \frac{N}{\ell}$ a densidade de espiras

$$B_e = \frac{\mu_o\, N\,\mathrm{I}}{\ell}\,\frac{\ell}{\left(\frac{(\ell - \delta\ell)}{\mu_r} + \delta\ell\right)} = \mu_o\, n\,\mathrm{I}\left(\frac{\mu_r}{1 + (\mu_r - 1)\,\frac{\delta\ell}{\ell}}\right)$$

$$\gg \quad \mu_o\, n\,\mathrm{I} = B_{o\,e} \quad (sem\; entreferro)$$