

3. Mecânica de Newton

- 3.1. Uma partícula carregada com carga q , quando colocada num campo eléctrico \vec{E} , fica sujeita a uma força $\vec{F} = q\vec{E}$. Considere o movimento de um electrão e um protão colocados num campo eléctrico $\vec{E} = 10\vec{e}_x$ N/C. No instante inicial, tanto o electrão como o protão encontram-se parados num ponto com coordenadas $x_o = 0$ m, $y_o = 0$ m.
- Qual a força que actua no electrão? E no protão? Compare as forças.
 - Qual a aceleração a que fica sujeito o protão? E o electrão? Compare as acelerações.
 - Qual a velocidade e as coordenadas do vector posição para o electrão ao fim de 10^{-10} segundos?
 - Considere um caso diferente, nomeadamente em que no instante inicial a velocidade do protão é $\vec{v}_o = (0\vec{e}_x + 1000\vec{e}_y)$ m/s. Qual a velocidade e as coordenadas do vector posição ao fim de 10^{-10} segundos?
- 3.2. Considere as duas diferentes situações em que uma mala está suspensa por dois dinamómetros como representado na figura 3.1.

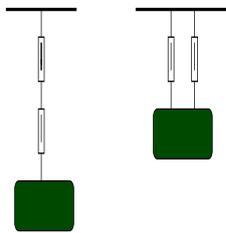


Figura 3.1.: Ligação de dinamómetros em série e em paralelo

Represente as forças que actua na mala em ambas as situações representadas. Na figura do lado esquerdo o dinamómetro que segura a mala directamente indica 30 kg. Quanto indicam os dinamómetros na figura do lado direito se os dinamómetros estiverem simetricamente colocados?

- 3.3. Um quadro está suspenso do tecto como indicado na figura 3.2. O quadro pesa 5 kg.

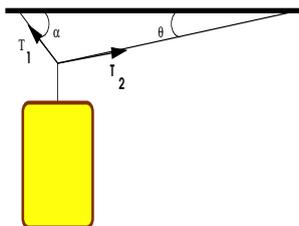


Figura 3.2.: Quadro artisticamente suspenso

- a) Escolha o sistema de coordenadas para estudar o comportamento do sistema (quadro).
 - b) Escreva a equação de Newton por componentes para o quadro.
 - c) Se o quadro estiver parado, calcule a expressão e calcule o valor de T_1 . O mesmo para T_2 . Considere $\alpha = 35^\circ$ e $\theta = 25^\circ$
- 3.4. Um massa m desloca-se ao longo de um plano inclinado num movimento de translação sem atrito, como está representado na figura 3.3.
- a) Represente as forças que actuam em m .
 - b) Escolha o sistema de coordenadas que melhor se adapta, na sua opinião, ao estudo do movimento de m .
 - c) Escreva as equações de Newton (para cada eixo de coordenadas) para a massa m .

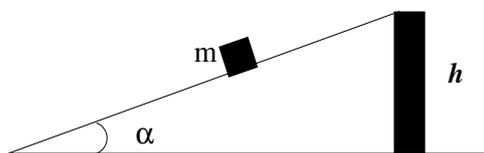


Figura 3.3.: Movimento de translação ao longo de um plano inclinado sem atrito

- d) Determine a expressão para a aceleração de m .
 - e) Considere que a massa m parte inicialmente de um altura $h = 50$ cm com velocidade nula e que $\alpha = 30^\circ$ é o ângulo entre o plano inclinado e a horizontal. Calcule o módulo da velocidade com que m chega ao fim do plano inclinado. Quanto tempo demora até chegar ao fim do plano inclinado?
- 3.5. Duas massas m_1 e m_2 estão ligadas por um fio como indicado na figura 3.4.

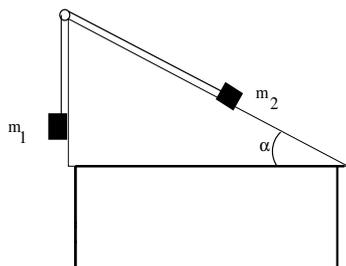


Figura 3.4.: Sistema com duas massas ligadas em plano inclinado

- a) Represente separadamente as forças que actuam na massa m_1 e na massa m_2 .
 - b) Escolha o melhor sistema de coordenadas para estudar o movimento de cada uma das massas.
 - c) Escreva a Leis de Newton para cada uma das massas.
 - d) Escreva as condições que relacionam o movimento das duas massas.
 - e) Resolva o sistema de equações que se obtém e determine a aceleração de cada uma das massas e a tensão aplicada em cada uma.
 - f) Analise o comportamento do sistema em situações limite, nomeadamente:
 - i. $\alpha = 0^\circ$ (represente esquematicamente esta situação);
 - ii. $\alpha = 90^\circ$. Represente esquematicamente esta situação e compare com o caso de duas massas suspensas por uma roldana, já resolvido anteriormente.
 - iii. Remova a massa m_1 do sistema e em alternativa considere que vai segurar a corda. Qual a intensidade da força que terá de fazer para manter o sistema em equilíbrio?
 - iv. Em alternativa ao caso anterior, considere que remove a massa m_2 do sistema e vai segurar a corda. Qual a intensidade da força que terá de fazer para manter o sistema em equilíbrio?
 - v. Qual a relação entre as massas para que o sistema esteja em equilíbrio?
- 3.6. Duas massas m_1 e m_2 estão ligadas por um fio e suspensas como indicado na figura 3.5. Admita que a roldana gira livremente em torno do eixo. Considere inicialmente a situação A (esquerda na figura 3.5).

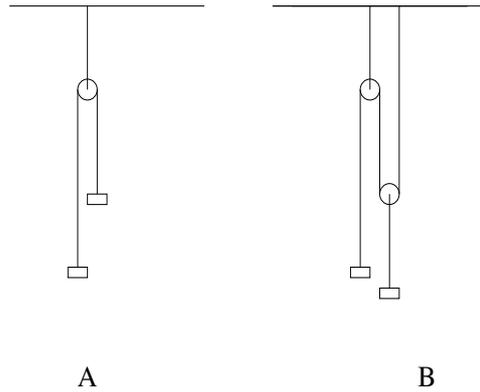


Figura 3.5.: Roldanas

- a) Represente as forças que actuam na massa m_1 e na massa m_2 separadamente.
 - b) Escolha o melhor sistema de coordenadas para estudar o movimento de cada uma das massas.
 - c) Escreva a Leis de Newton para cada uma das massas.
 - d) Escreva as condições que relacionam o movimento das duas massas.
 - e) Resolva o sistema de equações que se obtém e determine a aceleração de cada uma das massas e a tensão aplicada em cada uma.
 - f) Analise o comportamento do sistema em situações limite, nomeadamente:
 - i. $m_1 = m_2$
 - ii. $m_1 \ll m_2$
 - iii. $m_1 \gg m_2$
 - iv. Remova a massa m_1 do sistema e em alternativa considere que vai segurar a corda. Qual a intensidade da força que terá de fazer para manter o sistema em equilíbrio se $m_2 = 20 \text{ kg}$?
 - v. Em alternativa ao caso anterior, considere que remove a massa m_2 do sistema e vai segurar a corda. Qual a intensidade da força que terá de fazer para manter o sistema em equilíbrio se $m_1 = 20 \text{ kg}$? Compare com o caso anterior.
- 3.7. Duas massas m_1 e m_2 estão ligadas por um fio e suspensas como indicado na figura 3.5. Considere a situação B (direita na figura 3.5).
- a) Represente separadamente as forças que actuam na massa m_1 e na massa m_2 .

- b) Escolha o melhor sistema de coordenadas para estudar o movimento de cada uma das massas.
- c) Escreva a Leis de Newton para cada uma das massas.
- d) Escreva as condições que relacionam o movimento das duas massas.
- e) Resolva os sistema de equações que se obtém e determine a aceleração de cada uma das massas e a tensão aplicada em cada uma.
- f) Analise o comportamento do sistema em situações limite, nomeadamente:
 - i. $m_1 = m_2$
 - ii. $m_1 \ll m_2$
 - iii. $m_1 \gg m_2$
 - iv. Remova a massa m_1 do sistema e em alternativa considere que vai segurar a corda. Qual a intensidade da força que terá de fazer para manter o sistema em equilíbrio?
 - v. Em alternativa ao caso anterior, considere que remove a massa m_2 do sistema e vai segurar a corda. Qual a intensidade da força que terá de fazer para manter o sistema em equilíbrio? Compare com o caso anterior.

3.8. Um partícula carregada com carga q e com velocidade \vec{v} quando colocada num campo magnético \vec{B} fica sujeita a uma força $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. Considere que um electrão e um protão são colocados num campo magnético $\vec{B} = 1\vec{e}_z$ G. No instante inicial as velocidades tanto do electrão como do protão são $\vec{v}_0 = (2500\vec{e}_x + 1300\vec{e}_z)$ m/s e as partículas passam num ponto com coordenadas $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ m.

- a) Represente esquematicamente as forças que actuam no protão pelo eixo dos zz e no plano xy .
- b) Qual o movimento pelo eixo dos zz ?
- c) Quais as características do movimento no plano xy ?
- d) Responda às perguntas anteriores considerando que a partícula é um electrão. Compare o movimento do protão com o movimento do electrão.

3.9. Uma massa presa por uma corda a um ponto central é posta a girar num plano horizontal. Sabendo que a corda aguenta até uma tensão máxima T , calcule:

- a) qual o valor máximo da velocidade com que a bola pode girar sem partir a corda;

Considere: comprimento da corda: $l = 20 \text{ cm}$, massa da bola: $m = 50 \text{ g}$, módulo da tensão: $T = 20 \text{ N}$.

- b) a intensidade e o sentido da velocidade da bola no instante em que a corda se parte.

- 3.10. Considere o pêndulo cônico representado na figura 3.6. O movimento do pêndulo verifica-se no plano xy . O comprimento do fio é L e o fio faz um ângulo θ com a vertical.

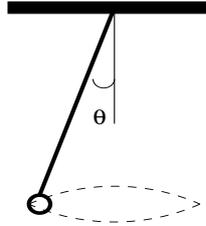


Figura 3.6.: Pêndulo cônico

- a) Escolha um sistema de coordenadas para estudar o movimento do pêndulo.
b) Represente as forças que actuam no pêndulo.
c) Calcule a expressão para a aceleração centrípeta do pêndulo.
d) Demonstre que o módulo da velocidade do pêndulo é dado por $v = \sqrt{gL \sin \theta \tan \theta}$.
e) Calcule a velocidade angular e o período do pêndulo.

- 3.11. Uma pequena esfera de massa $m = 2 \text{ g}$ é deixada cair na água sem velocidade inicial. Ao fim de algum tempo a velocidade da esfera atinge a intensidade máxima de 5 cm/s .

Na análise que se segue considere que a força de atrito é proporcional à velocidade, $\vec{F} = -b\vec{v}$, sendo b o coeficiente de atrito. Menospreze a força de Arquimedes.

- a) Determine o coeficiente b da força de atrito.
b) Determine ao fim de quanto tempo a velocidade da esfera atinge metade da intensidade máxima. Comece por demonstrar que essa intensidade depende do tempo como

$$v(t) = v_{\max} \left(1 - e^{-b/m t}\right),$$

onde $v_{\max} = mg/b$, g é a aceleração gravítica e m é a massa da esfera.

- 3.12. Imagine uma roda de bicicleta que gira sem deslizar sobre um plano (figura 3.7).

O ponto A, o centro da roda, desloca-se com uma velocidade \vec{v}_A .

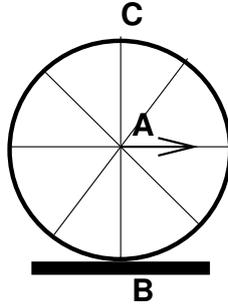
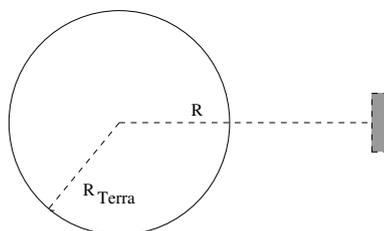


Figura 3.7.: Roda de bicicleta

- Qual a velocidade de qualquer ponto na extremidade da roda relativamente a A? Qual a velocidade do ponto B de contacto com o plano, relativamente ao plano? E a velocidade do ponto C na roda que é o oposto ao ponto de contacto com o plano?
- 3.13. Qual o valor máximo da velocidade de um carro numa curva sabendo que o coeficiente de atrito estático $\mu_{\text{est}} = 0,5$, massa do carro $m = 1500 \text{ kg}$, raio da curva $r = 35 \text{ m}$. Se o piso estiver molhado o coeficiente de atrito estático desce para $\mu = 0,187$. Qual o valor máximo da velocidade do carro em curva? Demonstre que o valor máximo da velocidade não depende da massa do carro, motivo pelo qual o valor da velocidade sugerida na sinalização das estradas não depende da massa dos carros.
- 3.14. Uma bola de ferro com $m = 0,5 \text{ kg}$ está presa a uma corda de comprimento $L = 1 \text{ m}$. A corda resiste, sem partir, até uma tensão $T = 200 \text{ N}$. Faz-se girar a corda, com a bola na extremidade, inicialmente no plano horizontal e posteriormente no plano vertical.
- Qual o valor máximo de velocidade com que a bola pode girar presa à corda, sem que haja ruptura da corda, no caso em que a rotação se dá no plano horizontal, paralelo ao chão? Represente as forças que actuam na bola e indique qual a responsável pelo movimento circular de rotação.
 - Qual o valor máximo da velocidade com que a bola pode girar presa à corda, sem que haja ruptura da corda, no caso em que a rotação se dá no plano vertical, perpendicular ao chão? Indique em que ponto da trajectória ocorre a ruptura para esse valor da velocidade de rotação. Represente as forças que actuam na bola na parte superior e inferior da trajectória.

- c) Calcule, para o primeiro caso (plano horizontal), a que distância do ponto de ruptura cairá a bola, se o movimento ocorrer a uma altura $h = 1,9$ m. Considere o valor inicial da velocidade da bola igual ao valor da velocidade de ruptura. Menospreze o atrito do ar. Calcule o valor da velocidade da bola quando toca no chão.
Nota: Se não conseguiu responder às perguntas anteriores, considere que o valor inicial da velocidade da bola quando a corda se parte é $\vec{v}_0 = 5\vec{e}_x$ m/s.

- 3.15. Considere a Terra uma esfera de raio $R_{\text{Terra}} = R_{\oplus}$ e densidade constante. A força gravítica a que está sujeito um corpo de massa m situado num ponto no interior da Terra a uma distância r do centro da Terra depende unicamente da massa da Terra incluída numa esfera de raio r .



- a) Qual a expressão para a força gravítica a que está sujeito um corpo de massa m situado num ponto no interior da Terra a uma distância r do centro da Terra?
- b) Represente esquematicamente a dependência da força gravítica a que está sujeito um corpo de massa m sujeito ao campo gravitacional da Terra em função da distância r do centro da Terra. Considere no mesmo gráfico as situações $R < R_{\oplus}$ e $R > R_{\oplus}$.
- c) Suponha que era possível construir um túnel circular de raio r , concêntrico com o centro da Terra, onde se pode deslocar sem atrito um robot. Qual a velocidade que deveríamos imprimir ao robot para que o seu movimento tivesse duração infinita? Dê a resposta em função de r .
- d) Qual a velocidade de uma nave em órbita sabendo que r é a distância ao centro da Terra.
- e) Compare o modo como nas duas situações anteriores a velocidade depende de r .
- 3.16. Um avião em vôo de cruzeiro prepara-se para fazer uma curva. Durante esta a manobra, representada esquematicamente na figura 3.8, o piloto terá que pôr o avião a fazer um ângulo α com a horizontal. Se o ângulo α durante a manobra de um avião puder tomar um valor

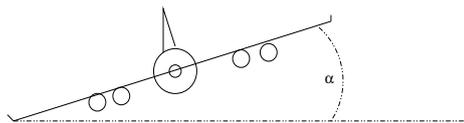


Figura 3.8.: Avião a fazer uma curva

máximo de 45° e o módulo da velocidade do avião se mantiver igual ao da velocidade em cruzeiro $v = 900 \text{ km/h}$, calcule o raio mínimo da trajetória. Considere a massa do avião $M = 10^3 \text{ kg}$.

Sugestão: relacione o ângulo com as forças que actuam no avião durante a manobra.

- 3.17. Analise a figura 3.9 e tente compreender o movimento de um passageiro de um comboio numa montanha russa durante a manobra de looping.



Figura 3.9.: Montanha russa

- Quais as forças que actuam no passageiro no ponto mais alto da trajetória?
 - Quais as forças que actuam no passageiro no ponto mais baixo da trajetória?
 - Compare a força de reacção normal que actua no passageiro por parte do banco no ponto mais alto da trajetória com a reacção normal que actua no passageiro por parte do banco no ponto mais baixo da trajetória. Em que ponto a reacção normal pode ser nula e para que valor da velocidade do passageiro?
 - Qual deverá ser a velocidade no ponto mais alto para que o passageiro e o comboio consigam fazer o looping completo sem acidentes?
 - Qual seria a trajetória do passageiro se o comboio chegasse ao ponto mais alto com velocidade nula?
- 3.18. Suponha que, como Engenheiro e por estar devidamente preparado, se candidatou ao seguinte Projecto:

Construção de um tapete rolante que permita o transporte de bagagens dos passageiros dos aviões desde o nível onde são descarregadas até ao nível onde podem ser recolhidas. Com o tapete rolante as bagagens serão elevadas 3 metros.

- a) Qual poderá ser o comprimento mínimo do tapete rolante para que as bagagens subam o tapete sem deslizar?

Considere que o atrito estático máximo entre as bagagens e o tapete rolante é tipicamente $\mu = 0,57$. Para resolver o problema represente esquematicamente as forças que actuam numa mala e determine o ângulo α máximo que o tapete pode fazer com o chão.

- b) Considere que, por qualquer razão (por exemplo estética ou financeira) a empresa que o contratou lhe impõe um limite máximo para o comprimento do tapete rolante e que é inferior ao que determinou na alínea anterior.

Naturalmente não vai perder a oportunidade de mostrar que consegue apresentar uma proposta alternativa e ainda mais competitiva. Qual é essa proposta, i.e quais deverão ser os novos parâmetros do sistema? Pode mudar o que quiser mas justifique bem a resposta, de um modo convincente, pois esperam-se 73 propostas e só será escolhida uma, talvez a sua.

- 3.19. Analise a figura 3.10. Calcule o ângulo β com que se deve aplicar uma força num trenó para o fazer subir uma encosta, de modo a que a força aplicada seja a mínima. Considere o coeficiente de atrito

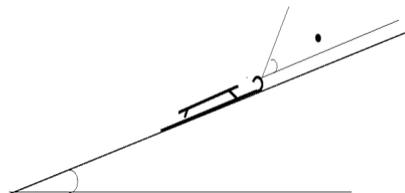


Figura 3.10.: Trenó

dinâmico trenó-gelo $\mu = 0,5$ e que o movimento do trenó faz-se com velocidade constante.