

5. Momento Linear

5.1. Uma bola com massa $m_1 = 1\text{ g}$ colide com um alvo parado de massa m_2 . Considere que a colisão é completamente elástica e que a velocidade inicial da bola é $\vec{v}_1 = 1\vec{e}_x\text{ m/s}$. Analise o problema assumindo que a colisão se passa ao longo de uma direcção que une o centros de massa de m_1 e m_2 .

- a) Considere que há conservação da energia e do momento linear na colisão e demonstre que as expressões para v_1^* – a velocidade da bola após a colisão e v_2^* – a velocidade do alvo após a colisão são dadas, respectivamente, por:

$$v_1^* = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 \quad \text{e} \quad v_2^* = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$$

- b) Calcule a velocidade final da bola e do alvo nos casos em que: i) a massa da bola e do alvo são iguais; ii) a massa do alvo pode ser considerada infinitamente maior que a massa da bola.
- c) Calcule o momento linear transferido ao alvo nos casos anteriormente definidos como i) e ii) por cada colisão.

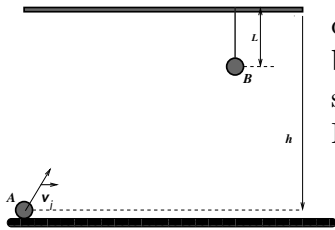
5.2. Uma bola (A) é lançada com uma velocidade inicial $\vec{v}_{o,A} = v_0\vec{e}_x\text{ m/s}$ de uma altura h . A uma distância D está uma outra bola (B), à mesma altura h . Um mecanismo assegura que a bola A é lançada na direcção da bola B e exactamente no mesmo instante em que a bola B é deixada cair sem velocidade inicial. As massas de A e B são iguais.

- a) Obtenha a expressão para a velocidade mínima que deverá ter a bola A para que possa colidir com a bola B, em função da distância D e da altura h ?
- b) Considere $\vec{v}_{o,A} = 5\vec{e}_x\text{ m/s}$, $h = 1,5\text{ m}$ e $D = 2\text{ m}$. Se por falha dos sistema, A e B fossem lançadas em instantes diferentes e não houvesse colisão, quais seriam as componentes das velocidades de A e B quando tocassem no chão? Ao fim de quanto tempo A e B chegariam ao chão? Determine as coordenadas dos pontos em que A e B chegam ao chão.
- c) Considere os valores indicados no enunciado, nomeadamente que a bola A é lançada com uma velocidade inicial $\vec{v}_{o,A} = 5\vec{e}_x\text{ m/s}$. Ao fim de quanto tempo se dá a colisão?
- d) A que altura do chão se dá a colisão?

5. Momento Linear

- e) Quais as componentes da velocidade ($\vec{v}_{x,A}$, $v_{y,A}$) para a bola A e ($\vec{v}_{x,B}$, $v_{y,B}$) para a bola B no instante antes da colisão?
- f) Considere que a colisão entre A e B é uma colisão elástica. Calcule as componentes (v_x^* , v_y^*) das velocidades de A e B logo após a colisão. Justifique a resposta considerando que há conservação da energia cinética e conservação do momento linear durante a colisão.
Sugestão: Compare esta colisão com as conclusões do exercício 5.1 quando as massas são iguais.
- g) Calcule as coordenadas (x_A , y_A) do ponto onde A atinge o solo e as coordenadas (x_B , y_B) onde B atinge o solo após a colisão.

5.3. Uma bola (A) é lançada por um dispositivo como indicado na figura ao lado e colide com outra bola B suspensa do tecto por um fio de comprimento L . A bola A, no ponto mais alto da sua trajectória, bate em B. A e B são praticamente pontuais, i.e. os raios de A e B são muito inferiores a L e h ; têm massas iguais e a colisão é elástica. Menospreze o atrito do ar.



- a) Determine a condição para que B alcance o tecto, em função da altura h e de L , i.e. determine a energia mínima de lançamento de A para que B atinja o tecto.
- b) Considere que a velocidade inicial de A é 20 m/s e faz um ângulo $\alpha = 30^\circ$ com a horizontal, $m_A = m_B = 0,5 \text{ kg}$ e $L = 30 \text{ cm}$. Escreva as equações do movimento de A antes e depois da colisão. Determine o instante e a distância ao ponto de lançamento em que A chega ao chão. Determine a altura máxima, $h_{B,\text{max}}$, a que B consegue chegar.
- c) Considere agora uma nova situação em que a colisão entre A e B é completamente inelástica. Após a colisão A e B seguem coladas. Obtenha a expressão para a $h_{\text{max},A+B}$ altura máxima atingida por A+B. Calcule essa altura para $h = 20,4 \text{ m}$.
- 5.4. Um vagão ($M = 300 \text{ kg}$) move-se ao longo de um plano horizontal, como representado na figura 5.1. No instante t_0 a sua velocidade é $v = 7 \text{ m/s}$. Nesse instante começa a receber areia de uma tremonha fixa ao solo. A massa de areia recebida é no total de $m_{\text{areia}} = 200 \text{ kg}$.
- a) Qual a velocidade do vagão quando ficou carregado com os 200 kg de areia?
- b) No instante t_1 , o vagão começa a despejar areia por uma fenda que se abriu no chão. A areia cai na vertical. Calcule a velocidade do vagão quando perdeu metade da areia. E quando perdeu toda a areia?

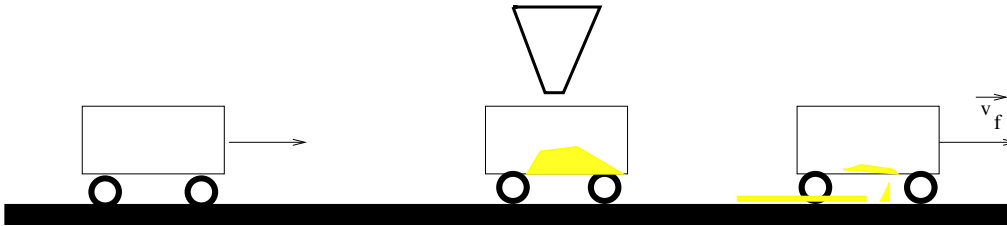


Figura 5.1.: Vagão a carregar e descarregar

- 5.5. Um vagão ($M = 230 \text{ kg}$) move-se ao longo de um plano horizontal, como representado na figura 5.2. No instante t_0 a sua velocidade é $v = 7 \text{ m/s}$. Nesse instante começa a receber areia de uma tremonha fixa ao solo. A massa de areia recebida é no total de $m_{\text{areia}} = 200 \text{ kg}$, semelhante ao caso anterior da figura 5.1

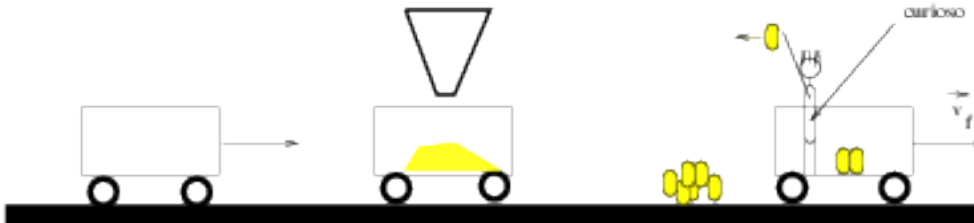
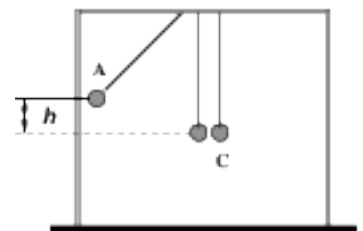


Figura 5.2.: Vagão a carregar e a ser descarregado

- a) Qual a velocidade do vagão quando ficou carregado com os 200 kg de areia, considerando que no vagão estava escondido um curioso com $m = 70 \text{ kg}$?
- b) Um curioso, que conseguiu esconder-se no vagão e ficara “com os cabelos em pé” por ter sido coberto com areia, resolve vingarse. No instante t_1 , esse curioso começa a despejar areia enchendo sacos de plástico e atirando no sentido contrário ao do movimento do vagão. Os sacos são atirados com uma velocidade de 2 m/s relativamente ao vagão e cada saco tem 3 kg de areia. Atira 4 sacos por minuto. Calcule a velocidade do vagão quando perdeu metade da areia. E quando perdeu toda a areia?
- 5.6. Um sistema representado na figura ao lado é constituído por três pêndulos de massa e comprimentos iguais. No instante inicial, A é largado de uma altura h com velocidade nula.

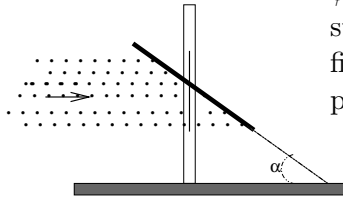


- a) Se os choques forem elásticos, qual a altura máxima atingida pelo pêndulo C?
- b) O que acontece aos outros pêndulos após o choque?

5. Momento Linear

- c) Se após o choque as 3 esferas ficarem ligadas entre si, qual a altura máxima atingida pelo conjunto.

5.7. Uma superfície faz um ângulo $\alpha = 30^\circ$ com a horizontal. Sobre a superfície incide segundo a horizontal um fluxo uniforme de esferas, ϕ , onde cada esfera tem $m_e = 1 \text{ g}$ e velocidade $\vec{v} = 2 \text{ m/s}$. Considere a superfície tem uma massa $m_S = 1,7 \text{ kg}$ e está presa por um sistema de fixação que não lhe permite deslocar-se na horizontal nem girar mas permite-lhe deslocar-se na vertical.



- a) Calcule o momento linear transferido à superfície por cada colisão e indique o sentido desse vector momento linear transferido. Considere que as colisões são elásticas.
- b) Calcule a força exercida na superfície pelo fluxo de esferas, sua direcção e sentido.
- c) Calcule a componente \vec{F}_S - força de sustentação, e que é a componente vertical da força \vec{F} que actua na superfície devido às colisões. Calcule qual deve ser o fluxo para a superfície estar em equilíbrio.
- 5.8. Uma bola de massa igual a 100 g choca contra uma parede, tendo no instante do choque uma velocidade horizontal de 10 m/s . A colisão contra a parede deu-se a 2 m de altura do chão e após a colisão a bola cai a 4 m de distância da parede.
- a) Calcule o tempo que a bola demora a atingir o chão.
- b) Calcule as componentes da velocidade da bola após a colisão contra a parede.
- c) calcule a perda de energia cinética no choque.
- 5.9. Um neutrão a uma velocidade de 2700 m/s colide frontalmente com um núcleo de azoto em repouso. Em resultado dessa colisão o neutrão é absorvido. Qual a velocidade final do novo núcleo assim formado?
- 5.10. Uma granada cai verticalmente e explode em dois fragmentos iguais quando se encontra a 3000 m de altura. No instante da explosão a velocidade é de $\vec{v}_0 = -60\vec{e}_y \text{ m/s}$. Após a explosão um dos fragmentos adquire uma velocidade $\vec{v}_1 = 80\vec{e}_y \text{ m/s}$. Determine:
- a) A velocidade e a posição de cada um dos fragmentos no instante após a explosão;
- b) A velocidade e a posição de cada um dos fragmentos 10 segundos após a explosão;
- c) A velocidade do centro de massa no instante da explosão;

- d) A velocidade e a posição do centro de massa 10 segundos após a explosão;
- e) O momento linear total do sistema no referencial do centro de massa.
- f) Como é a variação por unidade de tempo do sistema (constituído pelos dois fragmentos) no referencial de laboratório, em que a granada estava em queda livre antes de explodir.
- 5.11. Num dia de chuva intensa em que a altura das nuvens em relação ao solo era de 500 metros, mediram-se várias grandezas para caracterizar essa chuva, obtendo-se:
- caudal de água: $c = 5 \times 10^{-3} \text{ l m}^{-2} \text{ s}^{-1}$;
 - velocidade das gotas de água: $v = 5 \text{ m/s}$;
 - massa média das gotas de água: $m = 65 \times 10^{-3} \text{ kg}$.
- a) Qual seria a velocidade das gotas de água se não houvesse atrito do ar?
- b) Qual o trabalho realizado pelas forças de atrito sobre uma gota de chuva? Calcule o valor médio da força de atrito que actua numa gota de chuva.
- c) Foi colocada uma balança com dinamómetro à chuva. O prato da balança tem uma área de $0,4 \text{ m}^2$. Quantas gotas de chuva caem por unidade de tempo no prato da balança?
Que “peso” indica a balança, assumindo que as gotas que caem no prato escorrem de imediato para fora?
Sugestão: Calcule o momento transferido à balança por colisão de cada gota de chuva e o número de colisões por segundo. Tente perceber a origem da força que actua na balança e que aparenta ser o “peso”.
- 5.12. Uma nave desloca-se a $3 \times 10^3 \text{ m/s}$ relativamente à Terra. Quando os motores são ligados libertam combustível a uma velocidade de $5 \times 10^3 \text{ m/s}$ relativamente ao foguetão.
- a) Qual a velocidade relativamente à Terra quando a massa se reduziu a metade?
- b) Qual a propulsão se queimar combustível a uma taxa de 80 kg/s ?
- 5.13. A massa de um foguetão é no instante inicial $M_i = 1,7 \times 10^6 \text{ kg}$. Considere que em cada motor a taxa de libertação de combustíveis líquidos é de 470 kg/s , a velocidade de saída dos combustíveis é $v_{e,\text{liq}} = 3600 \text{ m/s}$.
- a) Qual a propulsão quando tem três motores accionados?

5. *Momento Linear*

b) Qual a resultantes das forças que actuam no foguetão nesta fase?

A 0,5 s antes do lançamento dá-se a ignição dos combustíveis sólidos. Estes combustíveis escapam-se com uma velocidade $v_{e,sol}=3\,300\text{ m/s}$ a uma taxa de $4\,000\text{ kg/s}$. O foguetão tem 2 motores a combustíveis sólidos.

a) Quais as forças que actuam no foguetão no momento do lançamento?

b) Qual a aceleração no momento de lançamento a que são submetidos os astronautas?

c) Ao fim de 100 segundos a massa do foguetão reduziu-se a metade. Qual a aceleração do sistema nesse instante?