

10 Relatividade de Galileu a Einstein

10.1. Uma massa m está suspensa do tecto de uma carruagem de comboio por um fio. Um passageiro na mesma carruagem regista que, quando o comboio arranca da estação, o fio que suspende a massa faz um ângulo α com a vertical (i.e, com a normal ao tecto da carruagem).

- a) Determine as forças que actuam na massa m do ponto de vista de um observador que está a analisar as imagens da massa m a partir de uma câmara video localizada no interior da carruagem. O observador está fora do comboio. Relacione a resposta com o ângulo α . Do ponto de vista desse observador, qual o estado de repouso ou movimento de m ?
- b) Determine as forças que actuam na massa m do ponto de vista de uma pessoa que permanece na plataforma da estação e vê o comboio arrancar. O que poderá dizer relativamente à aceleração do comboio?

10.2. Um passageiro num elevador deixa cair uma moeda. Nesse instante o elevador encontrava-se em movimento descendente com velocidade $v_{\text{elevador}} = 0,5 \text{ m/s}$.

- a) Se no instante em que a moeda adquire uma velocidade de 1 m/s em relação ao passageiro, se partirem os cabos do elevador, qual o movimento posterior da moeda em relação ao passageiro.
- b) No instante em que se partiram os cabos a moeda estava a 20 cm do chão do elevador. A moeda atingirá o chão do elevador?
- c) Qual o movimento da moeda antes de se partirem os cabos e após se terem partido os cabos do elevador, do ponto de vista do funcionário da empresa que tinha precisamente acabado de arranjar o elevador e estava no patamar do último piso?

10.3. Num simulador de vôo de um Boeing 737 pretende-se simular uma travagem do avião após uma aterragem. O comandante tem 1000 m de pista para parar e tocou a pista a 180 km/h . A sensação de travagem é conseguida inclinando o módulo do simulador.

Qual o ângulo a que se deve inclinar o módulo do simulador para simular esta travagem e para que o piloto sinta a mesma desaceleração? Quais as forças que actuam no piloto durante a travagem real e no simulador? *Para pensar:* quais as conclusões desta experiência no que diz respeito à comparação entre a massa gravitacional e a massa inercial?

- 10.4. (*) Uma pessoa (A) encontra-se no centro de um simulador (carrocel com a parte lateral e superior completamente fechada) e pretende atirar uma bola para uma outra pessoa (B) localizada a uma distância $d = 6$ m do centro. O carrocel é posto a girar com uma velocidade angular constante $\omega = 2$ rad/s. No chão do carrocel encontram-se desenhadas linhas radiais. As paredes do carrocel têm um vidro que permite ver *de fora para dentro* mas não permitem ver *de dentro para fora*.
- Suponha que A atira a bola para B de modo que esta desliza pelo chão praticamente sem atrito. A velocidade da bola do ponto de vista de A é \vec{v}^* . A velocidade inicial da bola tem a mesma direcção de uma linha radial representada no chão do carrocel. Qual a trajectória da bola do ponto de vista de A ? Indique que forças actuam na bola.
 - Na situação da alínea anterior, qual a trajectória da bola do ponto de vista de um observador C , situado fora do carrocel? Qual a velocidade da bola?
 - Suponha que agora é B que atira uma bola para A . A velocidade inicial da bola, do ponto de vista de B (\vec{v}^*) é radial e na direcção de A . Qual a trajectória da bola do ponto de vista de A ? Indique que forças actuam na bola.
 - E do ponto de vista de C ?
- 10.5. Os cabos de elevador suportam, sem partir, uma força máxima de 1000 Kgf. Qual o maior peso de passageiros que o elevador pode suportar se arrancar e travar com uma aceleração 10 vezes inferior à da gravidade ($9,8$ m/s²).
- 10.6. (*) Um/a futuro/a engenheiro/a de testes coloca uma roda inercial num suporte dentro de uma *box* (caixa) que por sua vez será colocada no interior de um satélite. Numa abordagem simplificada considere que a roda inercial é um disco com momento de inércia $I = 5$ kg/m² relativamente ao eixo de rotação que passa pelo seu centro e é perpendicular ao plano do disco. Quando o sistema é fixo na estrutura verifica-se que gira a 5000 rpm. O satélite é cilíndrico, tem massa $M = 20$ kg, densidade uniforme (incluindo já a roda inercial), altura $h = 2$ m e raio $r = 1$ m. A roda inercial é colocada no centro do satélite, ficando com o momento angular paralelo ao maior eixo do cilindro.
- A/O Engenheira/o está preocupada/o porque não sabe se há algum atrito, associado ao peso da roda inercial, no contacto entre o suporte e a roda inercial que possa estar a diminuir a velocidade de rotação da roda. Teme-se que, em situação de imponderabilidade no espaço,

esse atrito desapareça dando origem a que a roda passe a girar até 5050 rpm. O que acontecerá ao satélite se, de facto, a roda inercial no espaço passar a girar a 5050 rpm? Se fosse responsável pelos testes à roda inercial, sugeriria testá-la em vôo parabólico? Porquê?

O Engenheiro, que está colocado em cima de uma plataforma rotativa decide inverter o aparelho. Considere que o aparelho e o engenheiro têm um momento de inércia em relação ao eixo de rotação de 1 kg/m^2 e 35 kg/m^2 , respectivamente. O que acontece ao engenheiro?

- 10.7. Um avião, que se desloca com uma velocidade $v = 900 \text{ km/h}$ a uma altitude $h = 12000 \text{ m}$, tem que fazer uma curva de raio $R = 5000 \text{ m}$. A massa do avião com o piloto é 19150 kg .
- Represente esquematicamente quais as forças que actuam no avião, do ponto de vista do piloto e do ponto de vista de um controlador aéreo situado numa torre de controlo de um aeroporto. Qual a expressão para a aceleração do avião em cada um dos referenciais?
 - Seja α o ângulo que as asas do avião fazem com o horizonte durante a manobra. Qual o valor de α para que durante a manobra o módulo da velocidade do avião se mantenha igual à velocidade em cruzeiro $v = 900 \text{ km/h}$?
 - Qual a relação entre a força de sustentação do avião durante a manobra e anteriormente à manobra indicada?
 - Qual seria o raio de curvatura da trajectória se a velocidade do avião fosse 1480 km/h e o piloto sentisse uma aceleração centrífuga $a = 6 \text{ g}$ durante uma curva?
- 10.8. a) Compare o valor da *força gravítica* que actua num astronauta à superfície da Terra com o valor da *força gravítica* que actua nesse astronauta quando se encontra numa nave numa órbita circular com 6900 km de raio em torno da Terra. Considere que o astronauta tem massa $M = 75 \text{ kg}$.
- Represente esquematicamente (e calcule) as forças que actuam num astronauta numa estação orbital a 500 km de altitude (órbita circular com 6900 km de raio) do ponto de vista de:
 - um astronauta na estação orbital, se o astronauta estiver “sentado” aos comandos da nave;
 - de um Engenheiro na sala de controlo de vôo.
 - Calcule as forças que actuam nesse mesmo astronauta durante um vôo parabólico do ponto de vista de um passageiro no interior do avião e para o controlador aéreo. Considere que o avião sobe até $10\,000 \text{ m}$.

- d) Qual a diferença fundamental entre as duas situações, i.e, como explica a imponderabilidade nestes dois casos: estação orbital e vôo parabólico?
- e) Por que motivo não sentimos semelhante *gravidade zero* num avião em vôo cruzeiro a 900 km/h e a uma altitude constante?
- 10.9. Um feixe de muões, μ , em raios cósmicos, move-se à velocidade $v = 0,992c$. Qual a fracção que sobrevive após um percurso de 1920 metros? ($T_{1/2} = 1,53 \times 10^{-6}$ s, no referencial próprio!).
- 10.10. Um motoclista desloca-se com velocidade $v = 0,8c$ em relação à Terra e dispara uma bola com velocidade $v_{\text{bola}}^* = 0,7c$ relativamente a ele e no sentido de v . Qual a velocidade da bola em relação à Terra?
- 10.11. Três lâmpadas A_1 —vermelha, A_2 —amarela e A_3 —verde acendem simultaneamente no referencial de uma nave S^* que se desloca em relação a outra nave S com uma velocidade v . As lâmpadas acendem no instante $t^* = 0$ s, nos pontos com coordenadas $x_1^* = 0$, $x_2^* = l$ e $x_3^* = 2l$, respectivamente. Determine as coordenadas das lâmpadas relativamente a S e indique qual a ordem pela qual o astronauta da nave S vê as lâmpadas a aceder.
- 10.12. Numa base espacial encontra-se estacionada a nave *Pegaso* com 20 m de comprimento. A nave parte para uma viagem e quando atinge a velocidade de cruzeiro o seu comprimento, medido a partir da base, é de 10 metros.
- a) Qual a velocidade da nave *Pegaso* em relação à base?
- b) Qual o comprimento da nave para os seus tripulantes?
- c) Na base espacial detectam uma outra nave, *Orion*, em rota de colisão com *Pegaso* e a uma velocidade $v_{\text{Orion}} = 0,6c$ relativamente à base. Qual a velocidade com que as duas naves se aproximam, do ponto de vista da base? E do ponto de vista de cada uma delas?
- Nota:* A velocidade de aproximação das naves *Orion* e *Pegaso* em relação ao referencial da base espacial é a soma das duas velocidades.
- 10.13. As partículas de alta energia são detectadas no laboratório pela impressão que deixam nas chapas fotográficas dos detectores. Uma partícula movendo-se à velocidade de $0,995c$ produz um rasto de 1,25 mm. Qual o tempo de vida da partícula no referencial próprio?
- 10.14. Duas lâmpadas (1 e 2) são acesas simultaneamente para um observador que se encontra em repouso em relação a estas; o mesmo observador mede a distância entre as lâmpadas e obtém 10 m.

- a) As duas lâmpadas acendem simultaneamente para um observador que se desloque num avião a 600 m/s ? Qual o intervalo de tempo decorrido entre o acender das lâmpadas?
- b) Qual a distância espacial entre os dois acontecimentos (acender das lâmpadas) para o observador no avião da alínea a)?
- 10.15. Um electrão e um positrão animados com uma velocidade de $0,99c$ colidem frontalmente.
- a) Pode obter-se como produto desta reacção um par protão-anti-protão?
- b) O electrão e o positrão podem chocar dando origem a dois fotões (aniquilação). Qual a energia de cada um dos fotões, supondo que o par electrão-positrão tem a energia da alínea a)?
- c) Qual é a massa inicial e final dos intervenientes no choque da alínea b)? (Note que o fotão é uma partícula sem massa). Há conservação da massa em Relatividade?
- 10.16. A energia emitida pelo Sol resulta, numa abordagem simplificada, da fusão de quatro núcleos de Hidrogénio num núcleo de Hélio.
- a) Qual a energia libertada para a estrela na sequência da produção de cada núcleo de Hélio?
- b) Conhecida a luminosidade solar, determine o número de reacções nucleares que devem ocorrer no Sol por segundo para explicar essa luminosidade.
- c) A Terra demora em média 365 dias a cumprir uma órbita em torno do Sol. Calcule a massa solar e faça uma estimativa sobre a taxa a que o Sol perde massa (dM_{\odot}/dt) associada apenas à luminosidade. Compare o valor obtido com o valor da massa solar.
- d) Para ser mais exacto, convém referir que no processo de formação de um núcleo de Hélio é necessário que dois dos protões se transformem em dois neutrões de que resulta a libertação dos dois positrões (anti-partículas do electrão) e dois neutrinos. Faça uma estimativa do fluxo de neutrinos (o número de neutrinos por segundo e por unidade de área) que se pode esperar detectar na Terra vindos directamente interior do Sol, e que são um teste crucial aos modelos solares, incluindo à taxa de reacções nucleares.
-

Constantes:

Constante de Gravitação Universal, G:	$6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{Kg}^{-2}$
Velocidade da luz no vácuo, c:	$3 \times 10^8 \text{ m/s}$
m_{H} :	1,0081 u.m.a.
$m_{\text{Hélio}}$:	4,0039 u.m.a.
$m_{\text{protão}} = m_{\text{anti-protão}}$:	$1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
$m_{\text{electrão}} = m_{\text{positrão}}$:	$9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Distância da Terra ao Sol, D:	$1,5 \times 10^{11} \text{ m}$
Luminosidade solar, $L_{\odot} = dE/dt$:	$3,827 \times 10^{26} \text{ W}$

1 u.m.a = $1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$