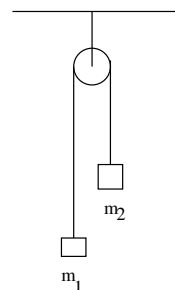


6 Corpo Rígido

- 6.1. Determine o momento de inércia de uma régua de comprimento L e densidade uniforme nas seguintes situações:
- em relação ao eixo que passa pelo centro e é perpendicular ao plano da régua;
 - em relação a um eixo que passa por uma das extremidades e é perpendicular ao plano da régua.
 - Relacione as duas respostas obtidas anteriormente.
- 6.2. Determine o momento de inércia de um anel uniforme de massa M em relação ao eixo que passa pelo centro e é perpendicular ao plano do anel.
- Comece por considerar que a secção do anel é suficientemente pequena para poder aproximar o anel a uma circunferência de raio R .
 - Considere agora que o anel tem um raio interno R_i e raio externo R_e .
- 6.3. Determine o momento de inércia de um disco uniforme de raio R e massa M em relação ao eixo que passa pelo centro e é perpendicular ao plano do disco. Compare o resultado obtido com o resultado obtido nos dois exercícios anteriores.
- 6.4. Considere o sistema representado por uma roldana e duas massas. As duas massas m_1 e m_2 estão ligadas entre si por uma corda que passa pela roldana, como se vê na figura ao lado. A roldana pode ser aproximada por um disco de massa $m_r = 600$ g e raio $R = 2$ cm.
- Quais as expressões para a aceleração com que se deslocam as massas m_1 e m_2 ? Compare com o resultado obtido no problema 3.6.
 - Qual a aceleração angular da roldana?
 - Qual a relação entre as massas para que o sistema esteja em equilíbrio?
 - Considere $m_1 = 200$ g e $m_2 = 100$ g. Calcule o valor das acelerações a_1 e a_2 . Compare com a aceleração da gravidade.
- 6.5. (*) Duas massas m_1 e m_2 estão ligadas por cordas a um sistema composto por dois discos uniformes colados entre si, sendo que os centros



dos discos se sobrepõem. Os discos têm raios diferentes. A massa m_1 está presa a uma corda enrolada no disco de maior raio, r_1 . A massa m_2 está presa a uma corda enrolada no disco de menor raio, r_2 . Considere, para resolução do enunciado, que a massa m_1 sobe e m_2 desce.

- Qual a relação entre um deslocamento de m_1 e o ângulo de rotação dos discos?
- Qual a relação entre um deslocamento de m_2 e o ângulo de rotação dos discos?
- Qual a relação entre a aceleração de m_2 e a aceleração angular dos discos? E para m_2 ?
- Qual a relação entre a aceleração de m_2 e a aceleração de m_1 ?
- Calcule a expressão para a aceleração da massa m_1 . E da massa m_2 .
- Qual a relação que deverão ter as massas m_1 e m_2 para que o sistema esteja em equilíbrio?
- Considere e analise os seguintes casos limite: 1) $m_2 = 0$; 2) $I = 0$; 3) $r_2 = 0$; 4) $r_1 = r_2$. Compare com situações já analisadas anteriormente.

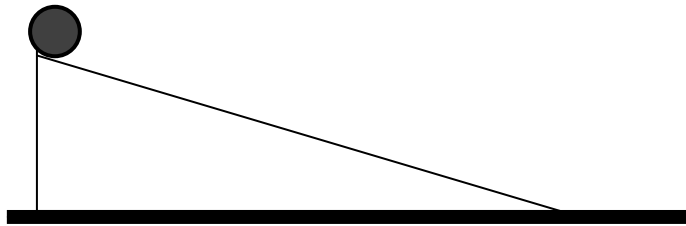
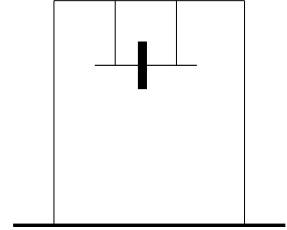


Figura 6.1: Disco em plano inclinado

- 6.6. Um disco e um anel rodam sem deslizar por um plano inclinado, partindo ambos de uma altura h . Considere as massas do anel e do disco iguais e $m = 200$ g, e os raios do anel e do disco iguais a $r = 10$ cm. O plano inclinado faz um ângulo de 15° com a horizontal.
- Quais as forças que actuam no anel durante o movimento ao longo do plano? E no disco?
 - Calcule os momentos de inércia do disco e do anel relativamente ao ponto que passa no centro de cada um e é perpendicular ao plano de rotação.
 - Calcule a energia cinética de translação e a energia cinética de rotação do anel e do disco quando se deslocaram 2 metros ao longo do plano inclinado.

d) Qual dos dois (anel ou disco) chega primeiro ao fim do plano inclinado? Justifique.

6.7. Um Super iô-iô, como o representado na figura ao lado, que até lança faíscas vermelhas e verdes, enrola-se e desenrola-se preso em dois fios. O iô-iô tem um disco central, densidade uniforme, com 1 kg e raio $R = 10$ cm. O raio do eixo de rotação é 0,25 cm.



a) Calcule a aceleração do iô-iô e a tensão nos fios quando está a desenrolar. Apresente a expressão para ambas as grandezas, antes de calcular os valores. Considere que o disco tem densidade constante. A corda que desenrola tem 50 cm de comprimento.

b) Calcule a velocidade máxima atingida pelo iô-iô.

c) Qual a tensão máxima nos fios, atingida quando o iô-iô deixa de desenrolar para passar a enrolar?

6.8. Uma massa $m_A = 300$ g está ligada por uma corda a um corpo B, de massa m_B , que pode girar em torno de um eixo de rotação. Pretende-se calcular o momento de inércia de B relativamente a esse eixo.

O momento de inércia de B pode ser facilmente calculado relativamente ao eixo horizontal, e portanto perpendicular à direcção do movimento de A em queda. A corda que suspende A está enrolada a uma distância $r = 5$ cm do eixo de rotação.

a) Qual a relação entre um deslocamento de A em queda e o ângulo de rotação de B?

b) Escreva o sistema de equações que permite determinar o movimento de A e a aceleração angular de B.

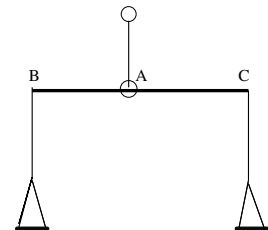
c) Qual a expressão que permite calcular o momento de inércia de B a partir da aceleração de A?

d) Considere que A é deixada cair a partir do repouso. Ao fim de 8 segundos deslocou-se $s = 0,5$ m. Qual a aceleração de A?

e) Calcule o momento de inércia de B.

6.9. Um vendedor prepara-se para usar uma balança de braços, para pesar as cerejas que um inspector à paisana da ASAE lhe pretende comprar.

Enquanto estava à espera que lhe indicassem o peso das cerejas que colocara no saco e que fora suspenso em C, o Inspector repara que a balança não está bem centrada e que a distância $d_2 = AC$ é cerca de 1 cm maior que a distância $d_1 = AB = 20$ cm. O vendedor diz-lhe que no saco estão 2 kg de cerejas. O Inspector retira o saco do suporte em C e troca-o de posição com as massas usadas para pesar. Assim, as cerejas ficam suspensas em B e as massas em C.



Recorde a experiência mostrada numa aula teórica e responda às seguintes questões.

- a) Qual a equação para o equilíbrio do sistema quando as cerejas estão suspensas em C e as massas em B ? Obtenha a expressão para o valor da massa de cerejas contidas no saco em função do valor das massas colocadas em C e das distâncias d_1 e d_2 .
- b) Qual o valor da massa m^* que deve ser usado para equilibrar as cerejas quando estas passam para a posição B . Compare o novo valor com o resultado da alínea anterior.
- c) Suponha que levava as cerejas numa missão espacial para um planeta distante e que as cerejas não sofrem quaisquer alterações durante a viagem. Quanto chega ao planeta resolve pesar as cerejas usando a mesma balança e coloca as cerejas na posição B . A força gravítica à superfície do planeta é $1/5$ da força gravítica à superfície da Terra.
Qual o valor da massa que deve agora colocar em C para conseguir o equilíbrio do sistema? Compare com a situação na Terra.

6.10. Uma viatura está desligada, desengatada e destravada num plano inclinado.

- a) Escreva as equações de Newton para a viatura.
- b) Escreva a equação dos momentos para cada roda. Considere que as rodas são todas iguais e têm o mesmo raio e a mesma massa.
- c) Calcule a expressão para aceleração do centro de massa.
- d) Calcule a expressão para a força de atrito.

6.11. (*) Um automóvel Bolbo 85U3.0V6T4WS de massa igual a 1500 kg cujo motor aplica a cada uma das rodas motrizes um momento de força (binário) aproximadamente constante de 350 N m, inicia a sua marcha num instante inicial ($t = 0$ s). As rodas têm raio $r = 0,5$ m e momento de inércia $I = 2$ kg m².

Despreze quaisquer atritos internos no veículo e considere sempre que as rodas rolam sem deslizar, devido ao ABS, EBD, TCS, 4WD, etc. . . e da reacção do solo.

- a) Determine a aceleração do centro de massa do automóvel no instante inicial. Comece por escrever a equação de Newton para o c.m. considerando que tem 4 forças de atrito iguais, cada uma aplicada numa roda. Escreva a equação dos momentos para uma roda considerando o momento da força de atrito e do binário do motor. Relacione a aceleração do c.m. (translação) com a aceleração angular de uma roda. Resolva o sistema que obtém.

- b) Suponha que a parte diferencial das rodas traseiras se parte. Calcule a aceleração do carro nesta situação, assumindo que todo o binário é transferido às rodas dianteiras.

Nota: Tome atenção ao sentido da força de atrito nas rodas traseiras e dianteiras. Repita o procedimento da alínea anterior.

- 6.12. Uma bola de bilhar é posta em movimento com uma velocidade do centro de massa $v_0 = 0,1 \text{ m/s}$. O coeficiente de atrito entre a bola e o chão é $\mu = 0,3$. Calcule:
- Ao fim de quanto tempo a bola começa a rodar sem deslizar. Determine v (velocidade do centro de massa) e ω (velocidade angular), nesse instante t .
 - Qual o espaço percorrido até deixar de deslizar e começar a rodar?
 - Qual a energia dissipada?
- 6.13. Sobre uma plataforma circular, na horizontal, rodando com velocidade angular de 1 volta em 2 segundos, coloca-se um cesto de maçãs a $1,5 \text{ m}$ do centro da plataforma. A plataforma tem massa $M = 50 \text{ kg}$ e raio $R = 2 \text{ m}$. O momento de inércia da plataforma em torno do eixo de rotação é $I = M R^2/2$. Considere que há atrito entre a plataforma e o cesto.
Calcule a velocidade angular da plataforma quando se poisou o cesto.
- 6.14. Analise o sistema indicado na figura 6.2 e que corresponde a um carrinho de linhas, com linha. Faça a experiência. Pegue num carrinho de linhas. Segure a linha na extremidade e puxe-a. Verifique qual o



Figura 6.2: Carro de linhas

sentido de rotação do carrinho de linhas em função do ângulo φ que a linha faz com a horizontal. Explique o que observa.

- 6.15. Um meteoro aproxima-se do Sol. A uma grande distância, quando é detectado, a velocidade é $v_\infty = 500 \text{ m/s}$, o parâmetro de impacto $b = 10^{12} \text{ m}$, relativamente ao centro do Sol, como se pode ver na figura 6.3.
- Qual a energia cinética e a energia potencial do meteoro quando é detectado?

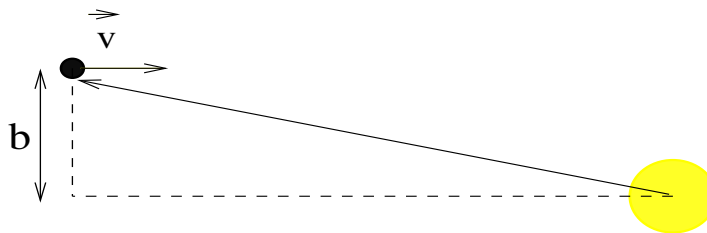


Figura 6.3: Meteoro aproxima-se do Sol

- b) Qual o momento angular do meteoro em relação ao centro do Sol no momento em que é detectado?
- c) Escreva a equação para a conservação da energia mecânica do meteoro relativamente ao instante em que é detectado (no ponto considerado infinito) e quando está no ponto mais próximo do Sol.
- d) Escreva a equação para a conservação do momento angular do meteoro relativamente ao instante em que é detectado (no ponto considerado infinito) e quando está no ponto mais próximo do Sol.
- e) Determine a distância mínima a que o meteoro passa do Sol.
- f) Qual a velocidade do meteoro quando passa no ponto mais próximo do Sol?
- g) Qual o valor mínimo do parâmetro de impacto para que o meteoro não caia no Sol.