



## 8. Ondas

### Constantes

Velocidade do som no ar:  $v_{\text{som}} = 344 \text{ m/s}$

Velocidade da luz no vácuo  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

- 8.1. Considere uma corda de comprimento  $L$  e densidade linear  $\mu = m/L$ , onde  $m$  é a massa da corda. Partindo da equação de Newton para o movimento de uma pequena porção da corda com comprimento  $dx$ , demonstre que, no caso de haver ondas transversais de pequena amplitude a propagar-se na corda, as oscilações dos pontos da corda relativamente à posição de equilíbrio podem ser dadas por:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

onde  $y = y(x, t)$ ,  $v = \sqrt{T_x/\mu}$  é a velocidade de propagação da onda na corda e  $T_x$  é a tensão aplicada ao longo do eixo dos  $xx$ .

- 8.2. Na extremidade de uma corda suficientemente longa é imposta uma perturbação com frequência  $f = 5 \text{ Hz}$  que provoca uma onda de amplitude  $A = 12 \text{ cm}$  e velocidade de propagação  $v = 20 \text{ m/s}$ . A densidade linear da corda é  $\mu = 5 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$ .

- Determine a frequência angular,  $\omega$ , e o número de onda,  $k$ , bem como a expressão para a onda que se propaga na corda.
- Qual a tensão a que está sujeita a corda?
- (\*) Qual a potência que deverá ser transmitida à corda para que se consiga manter a corda a vibrar como indicado anteriormente? Se quiséssemos aumentar a frequência num factor de 10, em quanto teríamos que aumentar a potência?

*Sugestão:* Comece por demonstrar que a energia de cada pequeno segmento de corda com comprimento  $\Delta x$  e massa  $\Delta m$  está relacionada com a energia cinética máxima desse segmento ( $E_{c,\text{max}}$ ) e é dada por

$$\begin{aligned} E_{c,\text{max}} &= \frac{1}{2} \Delta m \left( \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right)_{\text{max}}^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu dx A^2 \omega^2. \end{aligned}$$

## 8. Ondas

- 8.3. Um sinal sonoro é emitido por um par de colunas iguais colocadas a uma distância de  $2D = 3\text{ m}$ . Um ouvinte está a uma distância de  $r = 8\text{ m}$  do centro da linha que une as duas colunas e à mesma distância de ambas as colunas. As colunas estão ligadas a um mesmo amplificador.

Se o ouvinte se deslocar  $x = 35\text{ cm}$  na direção paralela à linha que une as duas colunas o som anula-se. Qual a frequência do som emitido pelas colunas?

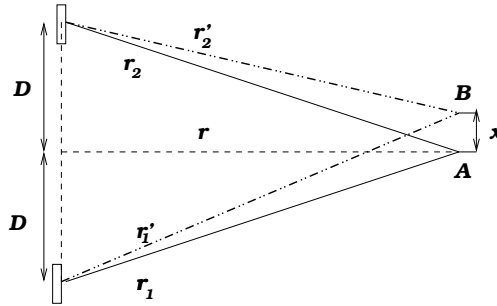


Figura 8.1.: Sobreposição de ondas emitidas por um mesmo amplificador

*Sugestão:* Considere que as ondas sonoras recebidas pelo ouvinte e emitidas pelas colunas 1 e 2 podem ser dadas, respectivamente, por  $\Phi_1 = A \sin(kr_1 - \omega t)$  e  $\Phi_2 = A \sin(kr_2 - \omega t)$  e calcule a resultante da sobreposição das duas ondas  $\Phi = \Phi_1(r_1, t) + \Phi_2(r_2, t)$ , onde  $r_1$  e  $r_2$  são as distâncias indicadas na figura 8.1.

- 8.4. Duas ondas  $\Phi_1(x, t) = 4 \sin(3x - 2t)\text{ cm}$  e  $\Phi_2(x, t) = 4 \sin(3x + 2t)\text{ cm}$ , propagam-se numa corda de comprimento  $L$  que tem as extremidades fixas.
- Qual a resultante da sobreposição das duas ondas na corda?
  - Qual a amplitude de oscilação para o ponto  $x = 2\text{ cm}$ ?
  - Qual a equação de movimento para o ponto  $x = 2\text{ cm}$ ?
  - Determine as coordenadas  $x$  na corda para as quais a amplitude de oscilação é máxima.
  - Determine as coordenadas na corda para as quais a amplitude do movimento é sempre zero.
- 8.5. Numa corda presa em ambas as extremidades e com comprimento  $L = 1,5\text{ m}$ , consigo produzir um som com uma frequência fundamental de  $f = 264\text{ Hz}$ .
- Qual o comprimento de onda da harmónica fundamental,  $f_1$ ?
  - Calcule a expressão para as frequências possíveis na corda ( $f_n$ ).

- c) Calcule as frequências das duas harmónicas seguintes,  $f_2$  e  $f_3$ .
- d) Determine a localização dos nodos correspondentes a  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .
- e) Qual a velocidade de propagação das ondas na corda quando o som produzido tem a frequência  $f_1$ ?
- f) Qual a tensão nas extremidades da corda sabendo que a densidade linear é  $\mu = 0,007 \text{ kg/m}$ .
- g) Qual a frequência da vibração que passa para o ar? Qual o comprimento de onda do som no ar? Considere a velocidade do som  $v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$ .
- 8.6. Um raio de luz incide com um ângulo de  $20^\circ$  na face de uma placa de vidro com faces paralelas. A espessura da placa é de 2 cm. O vidro tem um índice de refração  $n = 1,5$  para essa radiação.
- a) Qual o ângulo, em relação à normal, com que o feixe de luz sai do outro lado da placa de vidro? Faça um esquema.
- b) Se o ângulo de incidência da luz sobre a superfície fosse de  $80^\circ$ , qual seria o trajecto do feixe de luz?
- 8.7. Um feixe de luz branca incide sobre um placa de vidro fazendo um ângulo de  $80^\circ$  com a superfície. Sabendo que o índice de refração desse vidro para a luz vermelha é  $n_{\text{vermelho}} = 1,5885$  e para a luz azul é  $n_{\text{azul}} = 1,5982$ , determine a dispersão angular dessas duas cores quando o feixe atravessa a placa de vidro. Faça um esquema.
- 8.8. Uma onda plana incide sobre uma superfície com duas fendas que distam  $d = 0,03 \text{ mm}$ . Num ecran a uma distância  $D = 1,2 \text{ m}$  forma-se um padrão de interferência. Qual a relação entre a posição dos máximos,  $(y_{\text{max}})$ , e o comprimento de onda ( $\lambda$ ) da onda plana?
- 8.9. Duas fendas estreitas são iluminadas pela luz amarela de sódio  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . Num ecran a um metro de distância formam-se riscas espaçadas de 1 cm.
- a) Qual a distância entre as fendas?
- b) Qual seria o espaçamento entre as riscas formadas no ecran se as mesmas fendas fossem iluminadas com luz vermelha de comprimento de onda  $\lambda = 650 \text{ nm}$ ?
- 8.10. Faz-se incidir um feixe de luz branca sobre duas fendas e um segundo feixe (semelhante ao primeiro) sobre um prisma, por forma a comparar o que acontece ao feixe de luz em cada caso. Considere que cada feixe é composto por radiação que, na zona do visível, tem comprimento de onda entre 350 nanómetros (violeta) e 700 nanómetros

8. Ondas

(vermelha). Analise o que se observa em cada caso e responda às perguntas seguintes.

- a) Para o primeiro caso observa-se um padrão de interferência na parede em frente. Sabendo que as duas fendas distam  $d = 6 \times 10^{-6}$  m, indique a largura angular do máximo de 1ª ordem que sai das fendas. Para isso determine o ângulo  $\theta_{\max,350}$  (relativo ao máximo central) para o máximo de 1ª ordem correspondente à radiação violeta e  $\theta_{\max,700}$  para o máximo de 1ª ordem correspondente à radiação vermelha.
  - b) No segundo caso o feixe de luz incide perpendicularmente sobre uma das superfícies do prisma, atravessando-o e incidindo com um ângulo de  $30^\circ$  numa outra face. Sabendo que o índice de refração depende do comprimento de onda ( $n_{\text{vermelho},700} = 1,48$  e  $n_{\text{violeta},350} = 1,50$ ), calcule a largura angular do feixe que sai do prisma (largura angular do arco-íris).
  - c) Compare os resultados das alíneas anteriores, fazendo um esquema para a imagem que se observa na parede no primeiro caso (com as duas fendas) e para o segundo caso (com o prisma).
- 8.11. Um feixe de luz de uma lâmpada de hidrogénio faz-se passar através de duas fendas que distam  $d = 41 \times 10^{-6}$  m. A luz incide posteriormente sobre um ecran a 2,5 m de distância. Os espectro visível do hidrogénio compreende radiação com os seguintes comprimentos de onda:

Risca	$\lambda/\text{nm}$	Cor
$H_\alpha$	656,3	vermelho
$H_\beta$	485,8	verde
$H_\gamma$	434,0	azul
$H_\delta$	410,0	violeta

- a) Justifique por que motivo a luz que passa pelas duas fendas dá origem à formação de máximos e mínimos de intensidade luminosa no ecran.
- b) Calcule:
  - a que distância do ponto central se encontra o máximo de 1ª ordem para a luz violeta de  $\lambda_{H_\delta} = 410$  nm e para a luz azul de  $\lambda_{H_\gamma} = 434,0$  nm;
  - a que distância do ponto central se encontra o mínimo de intensidade para a risca violeta e a risca de cor azul.
- c) Qual a distância mínima a que o ecran deve estar para que se consiga distinguir a luz azul da luz ultravioleta.
- d) Conseguindo distinguir a luz azul da luz violeta conseguirá distinguir a luz vermelha da luz violeta? Justifique.

- 8.12. Num ecran situado a uma distância  $L = 1,2\text{ m}$  de um sistema de fenda dupla forma-se um padrão de interferência da luz que passa pelas fendas. A distância entre as fendas é  $d = 0,03\text{ mm}$ . O máximo de segunda ordem,  $m = 2$ , dista  $4,5\text{ cm}$  do máximo central.
- Determine o comprimento de onda da radiação que incide nas fendas.
  - Determine a distância no ecran entre dois máximos consecutivos
- 8.13. Uma fonte de luz emite radiação com comprimentos de onda  $\lambda_1 = 430\text{ nm}$  e  $\lambda_2 = 510\text{ nm}$ . Esta fonte é usada numa experiência de interferência com fendas duplas. Calcule a distância no ecran a que se encontram os máximos de 3ª ordem.
- 8.14. Uma bola de sabão é iluminada com luz, cujo comprimento de onda no vácuo é  $\lambda = 600\text{ nm}$ . O índice de refração da água com sabão é igual ao da água,  $n = 1,33$ .
- Calcule a espessura mínima que deverá ter uma bola de sabão para que se obtenha interferência construtiva da luz reflectida. A interferência verifica-se entre a luz reflectida na superfície da bola de sabão e a luz reflectida no interior da bola.
  - Haverá interferência construtiva se a película da bola de sabão tiver uma espessura que seja o dobro da calculada na alínea anterior? Justifique.
- 8.15. Um feixe monocromático de luz de um laser de hélio-néon, de comprimento de onda  $\lambda = 632,8\text{ nm}$  incide sobre uma rede de difracção com 6000 fendas por centímetro.
- Determine os ângulos a que se observam os máximos de 1ª e 2ª ordens.
  - Determine se é possível observar o máximo de 3ª ordem.
- 8.16. Luz de comprimento de onda  $\lambda = 589\text{ nm}$  é usada para iluminar um objecto que se pretende observar ao microscópio. A objectiva do microscópio tem uma abertura com diâmetro  $d = 0,9\text{ cm}$ . Calcule o menor ângulo que se consegue resolver.  
Se em vez desta radiação for usada luz visível, qual o menor ângulo que se consegue resolver. Considere que a radiação visível com o menor comprimento de onda corresponde a luz violeta com  $\lambda_{\text{violeta}} = 400\text{ nm}$ .
- 8.17. A intensidade de um som é frequentemente referida em unidades de decibel ( $dB$ ). A relação entre o valor da intensidade do som em  $dB$  e em  $W/m^2$  é dada por

$$I(dB) = 10 \log_{10} \left( \frac{I(W/m^2)}{10^{-12}} \right),$$

## 8. Ondas

onde  $I(W/m^2)$  é a intensidade do som medida em unidades de  $W/m^2$ . Como pode facilmente verificar, nesta escala considera-se que o valor de  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$  define o “zero da escala”.

- a) A que corresponde uma intensidade de som de  $I = 1W/m^2$  na escala de  $dB$ ?
- b) Num concerto dos *Green Flying Dinosaurs*, quando um dos *GFD* sobrevoa o palco suspenso do tecto, uma fonte sonora pontual emite um efeito acústico com uma potência  $P_{emitida} = 100 W$ . Determine a que distância do palco a intensidade deste som é igual a  $90 dB$ , limite a partir do qual se devem utilizar de protectores auditivos para evitar lesões irreversíveis do aparelho auditivo?