MECÂNICA E ONDAS

LEGM e LEIC, Campus da Alameda -IST

Responsável: Prof. Ana M. Mourão

Formulário (V:D)

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$, $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$, $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, $\vec{a_c} = -\frac{v^2}{r}\vec{e_r}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{P} = m\vec{v}$, $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, $W_{\mathrm{F}} = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, $E_m = E_c + E_p$, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

$v_1^\star = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$ e $v_2^\star = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$, $\vec{R}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$, $\vec{v}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{V}_i}{\sum_i m_i}$,

$\vec{L} = \vec{r_i} \times \vec{P_i}$, $\vec{L} = I\vec{\omega}$, $\vec{M} = \sum_i \vec{M}_i$, $\vec{M}_i = \vec{r_i} \times \vec{F_i}$, $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, $\vec{M} = I\vec{\alpha}$,

$I = \sum_i m_i r_i^2$, $I = \int_V \rho r^2 dV$, $I_{\mathrm{anel}} = mr^2$, $I_{\mathrm{disco}} = \frac{1}{2}mr^2$,

$E_{\mathrm{c,t}} = \frac{1}{2}Mv_{\mathrm{CM}}^2$, $E_{\mathrm{c,rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$, $E_{\mathrm{p,k}} = \frac{1}{2}k\,x^2$, $E_{\mathrm{p,G}} = -G\frac{M\,m}{R}$, $E_p(h) = mgh$

$\vec{F} = -grad\,E_P = -\nabla E_P$, $\vec{F_G} = -G\frac{M\,m}{R^2}\vec{e}_r$, $\vec{F_g} = m\vec{g}$, $\vec{F_k} = -k\,x\,\vec{e}_x$

Exemplos de equações diferenciais e respectivas soluções:

$\ddot{x} + \omega_{\mathrm{o}}^2 x = 0$ tem como solução $x(t) = A\cos(\omega_{\mathrm{o}} t + \varphi_{\mathrm{o}})$.

$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_{\mathrm{o}}^2 x = 0$ tem como solução $x(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi_{\mathrm{o}})$, onde $\omega = \sqrt{\omega_{\mathrm{o}}^2 - \lambda^2}$.

$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_{\mathrm{o}}^2 x = (F_{\mathrm{o}}/m)cos(\omega_{\mathrm{ext}} t)$ tem solução que converge no tempo para $x(t) = A\cos(\omega_{\mathrm{ext}} t + \Phi)$, onde a amplitude A é dada por

$$A = \frac{(F_{\mathrm{o}}/m)}{\sqrt{(\omega_{\mathrm{o}}^2 - \omega_{\mathrm{ext}}^2)^2 + 4\lambda^2\omega_{\mathrm{ext}}^2}} .$$