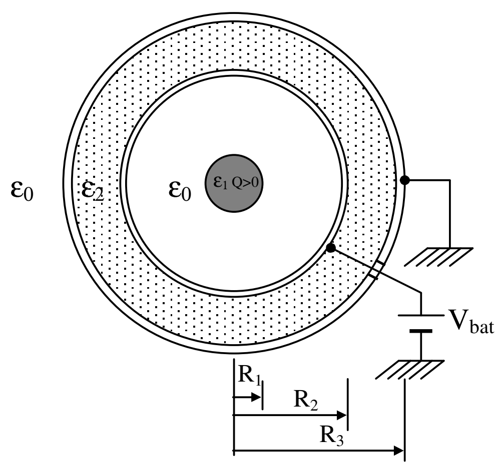
1º Exame de Electromagnetismo e Óptica 2007/08 2ºS

Cursos : MBiol, MQuim
Prof. Jorge Crispim Romão (responsável)
Prof. Amilcar Praxedes
1/7/2008, 9H:00m . Duração: 3H:00m

I

Considere o condensador apresentado na figura. É constituido por **duas superfícies esféricas condutoras** de raios respectivamente R_2 e R_3 e espessura $\delta << R_2$ e R_3.

No seu interior encontra-se uma **esfera não condutora maciça** com permeabilidade eléctrica $\varepsilon_1 = 2\,\varepsilon_0$ e de raio R_1, que se encontra com uma carga Q>0, que iremos supor estar uniformemente distribuida em volume com densidade ρ [C m^{-3}].



O espaço a sombreado representa um dieléctrico com permeabilidade eléctrica $\varepsilon_2 = 3\,\varepsilon_0$ que preenche o espaço entre R_2 e R_3. O restante espaço é vácuo.

O conductor de raio R_2 está ligado à Terra através de uma bateria V_{bat} .

O condutor de raio R_3 está ligado directamente à Terra.

[1]a) Deduza a expressão analítica para o vector Deslocamento Eléctrico, **D**, considerando os pontos P tais que $0 < r < R_1$.

[1,5]b) Determine o valor do potencial, V_1, a que se encontra a superfície da esfera de raio R_1.

[1,5]c) Determine o valor da carga existente na face exterior da superfície conductora de raio R_2, Q_2^{ext}.

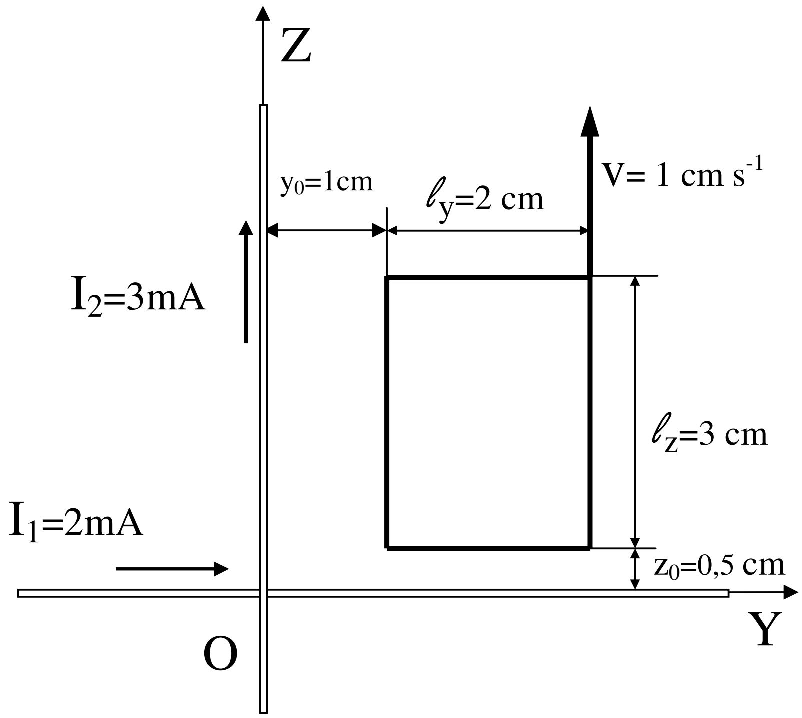
[1]d) Determine o valor da densidade de carga de polarização, σ'_3 , na superfície exterior do dieléctrico ε_2, isto é para $r = R_3$.

Dados: R_1=0,01m; R_2=0,04 m; R_3=0,06 m; Q= $+1\times10^{-12}$ C; V_{bat}=2V;

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ F m^{-1}; $(1/ 4\,\pi\,\varepsilon_0) = 9 \times10^{9}$ F^{-1} m.

II

Considere o circuito de N=100 espiras apresentado na figura de dimensões ℓ_y e ℓ_z. O circuito foi construido com um fio muito fino de modo a que a sua espessura pode ser considerada desprezável face às restantes dimensões. O valor da resistência do *circuito* é de R = 26 Ω (fio de cobre: resistividade $\rho=1,7 \times 10^{-8}$ Ω m, diâmetro da secção recta D= 100μm).



Ao longo do eixo dos YY encontra-se um **fio conductor** de secção recta de diâmetro D_y e comprimento $\mathscr{L}_y \gg D_y$, percorrido por uma corrente estacionária $\mathbf{I_1}$.

Ao longo do eixo dos ZZ encontra-se um **fio conductor** de secção recta de diâmetro D_z e comprimento $\mathscr{L}_z \gg D_z$, percorrido por uma corrente estacionária $\mathbf{I_2}$.

Os fios conductores cruzam-se no ponto O estando electricamente isolados um do outro.

No início o circuito encontra-se na posição indicada na figura e tem uma velocidade $\vec{v} = v\vec{e}_z$.

Na resolução do problema considere que os comprimentos dos fios conductores $\mathscr{L}_y$, $\mathscr{L}_z \gg \ell_y$ e que ℓ_z.

Dado: $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7}$ N/A^2.

[1] a) Qual a expressão do Campo de Indução Magnética $\vec{B}_1$, criado sómente pela corrente I_1, para um ponto genérico exterior ao respectivo fio conductor, no 1º quadrante no plano YOZ?

[1] b) Determine o valor do coeficiente de indução mútua L [Henry:H], entre o fio percorrido pela corrente I_2 [Ampère:A] e o circuito.

[1] c) Qual o valor do Fluxo Total ϕ[weber:Wb] de $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, que atravessa o circuito no instante inicial?

[1] d) Qual a expressão para a corrente induzida I^{ind} no circuito, em função do tempo?

[1] e) Determine a intensidade e o sentido da corrente induzida no instante t = 2 segundos.

III

Uma onda plana electromagnética propaga-se num meio dieléctrico ($\mu_r = 1$).
O Campo Magnético, $\vec{H}$, é dado por :

$$H_x = H_0 \operatorname{sen}[\ \omega t + |\mathbf{k}|\,(\gamma x + \tfrac{1}{\sqrt{3}} z)] \quad (\text{em que } \gamma \geq 0)$$
$$H_y = H_0 \cos[\ \omega t + |\mathbf{k}|\,(\gamma x + \tfrac{1}{\sqrt{3}} z)]$$
$$H_z = \beta\, H_0 \operatorname{sen}[\ \omega t + |\mathbf{k}|\,(\gamma x + \tfrac{1}{\sqrt{3}} z)]$$

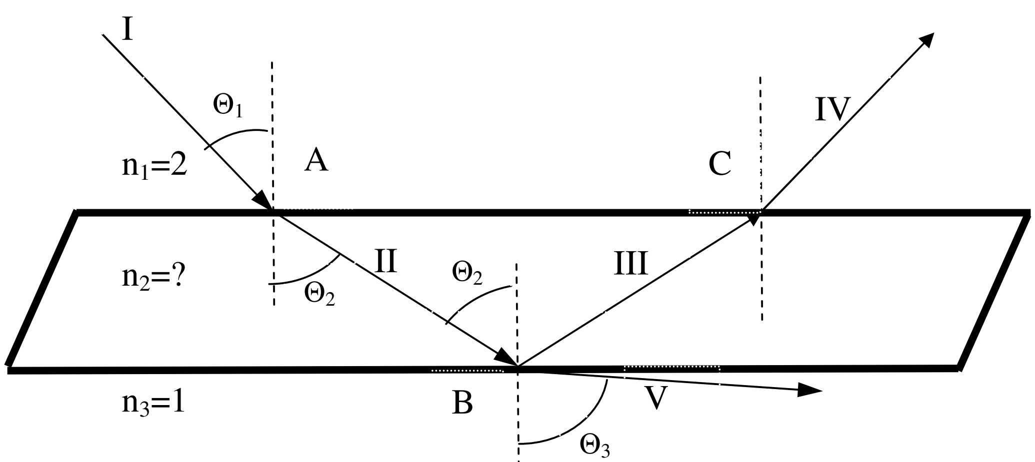
$f = 3 * 10^{14}$ Hertz (medido no meio); $\lambda = 600$ nm (medido no meio);

[1] a) Determine o índice de refracção do meio onde a onda se propaga, n.
[1] b) A direcção e sentido de propagação da onda, $\vec{n}$.
[1] c) O valor da constante β de modo a que a expressão para $\vec{H}$ corresponda de facto a uma onda plana electromagnética.
[1] d) Determine a polarização da onda.
[1]e) Sabendo que a onda tem uma irradiância (valor médio do vector de Poynting) de 0,5 pico Watts cm^{-2}, determine o valor da constante H_0 que irá definir a Amplitude do Campo Magnético.

$c = 3 * 10^{8}$ m s-1 $Z_0 = 120\,\pi\,\Omega = 377\,\Omega$

IV

Uma lâmina de faces paralelas tem um índice de refracção n_2.
Um dos lados da lâmina está em contacto com um dieléctrico de constante $n_1=2$ enquanto a outra face está em contacto com o vazio $n_3=1$.
Uma onda plana [I], polarizada circular direita (helicidade negativa), incide na lâmina a partir do meio 1 no ponto A, segundo o ângulo θ_1, conforme a figura.



Ao emergir na lâmina no ponto C, [IV], a radiação irá surgir polarizada linearmente com o campo eléctrico apresentando-se perpendicular ao plano de incidência, dado que θ_2 é o ângulo de Brewster.

O Campo Eléctrico da onda apresenta uma amplitude $E_0 = 5*10^{-3}$ V m^{-1}, e a sua frequência angular é dada por $\omega = 2\pi * 10^{5}$ rad s^{-1}.

[2] a) Se $\theta_3 = \pi/3$, quais os valores do índice de refracção da lâmina, n_2, e do ângulo θ_1?
[1]b) Qual a percentagem da energia incidente em A associada à componente vertical, que irá emergir em C ?

[2] Considere um condutor carregado, com uma densidade de carga em superfície σ, colocado no vácuo. O condutor tem uma forma arbitrária. Usando as condições na fronteira para as componentes normais e tangenciais do campo eléctrico **E** através duma superfície electrizada, determine o campo **E** à superfície do condutor, do lado de fora.

Equações de Fresnel

Para a onda reflectida

$$\frac{E''_{0\perp}}{E_{0\perp}} = -\frac{sen(i-r)}{sen(i+r)}$$

$$\frac{E''_{0//}}{E_{0//}} = +\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)}$$

Para a onda transmitida

$$\frac{E'_{0\perp}}{E_{0\perp}} = +\frac{2.\cos i.sen r}{sen(i+r)}$$

$$\frac{E'_{0//}}{E_{0//}} = +\frac{2.\cos i.sen r}{sen(i+r).\cos(i-r)}$$

$E_{0\perp}$ e $E_{0//}$ são, respectivamente, a amplitude da componente perpendicular e a amplitude da componente paralela ao plano de incidência da onda incidente.

Coeficientes de Reflexão e de Transmissão

Para a onda reflectida

$$R_{\perp} = \frac{sen^2(i-r)}{sen^2(i+r)}$$

$$R_{//} = \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

Para a onda transmitida

$$T_{\perp} = \frac{4\sin i.\cos i.sen r\cos r}{sen^2(i+r)}$$

$$T_{//} = \frac{4\sin i.\cos i.sen r\cos r}{sen^2(i+r).\cos^2(i-r)}$$