

Repetição do 1º Teste: problemas 1 e 2 [10 + 10 valores]

Repetição do 2º Teste: problemas 3 e 4 [10 + 10 valores]

Repetição do 3º Teste: problemas 5 e 6 [10 + 10 valores]

Exame: problemas 1, 4 e 5 [(10 + 10 + 10)*2/3 valores]

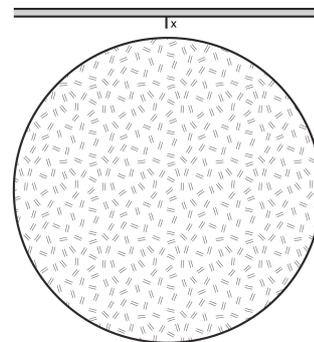
Esta prova tem 3 páginas!

Duração dos Testes: 1h 30m, Duração do Exame: 2h 15m

Na primeira página indique, antes de entregar, o tipo de prova que pretende ver corrigida.

Constantes	$\epsilon_0=8,854 \times 10^{-12}$ [F/m]	$\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ [N/A ²]	$c = 299\,792\,458$ [m/s]
Fórmulas de Fresnel ($t=0$ se não há onda transmitida)	$r_{\perp} \equiv E_{r_{\perp}} / E_{i_{\perp}} = -\frac{\sin(i-t)}{\sin(i+t)}$	$t_{\perp} \equiv E_{t_{\perp}} / E_{i_{\perp}} = \frac{2 \sin t \cos i}{\sin(i+t)}$	
	$r_p \equiv E_{r_p} / E_{i_p} = \frac{\tan(i-t)}{\tan(i+t)}$	$t_p \equiv E_{t_p} / E_{i_p} = \frac{2 \sin t \cos i}{\sin(i+t) \cos(i-t)}$	
	Incidência normal à Superfície ($i=t=r=0^\circ$)		
	$r = r_{\perp} = r_p \equiv -\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$	$t = t_{\perp} = t_p \equiv \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$	

[10.0] 1. A figura mostra um condensador constituído por 2 placas condutoras, de espessura desprezável, circulares de área $A=0,03142 \text{ m}^2$, separadas por uma distância $d=0,005 \text{ m}$. No espaço entre as placas está uma bolacha cilíndrica de constante dielétrica $\epsilon=5\epsilon_0$. A placa de cima está carregada electricamente com carga $Q_1=+5\text{nC}$, e a placa de baixo com carga $Q_2=-5\text{nC}$. Assumindo o sistema em equilíbrio electrostático, calcule, justificando as aproximações efectuadas,

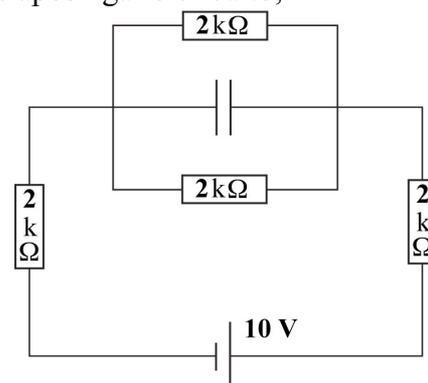


- O campo eléctrico em função da distância x ao centro do sistema, medida no eixo perpendicular às placas passando no seu centro;
- A diferença de potencial eléctrico entre as placas;
- A capacidade do sistema;
- A energia electrostática armazenada no sistema;
- O trabalho realizado para retirar a bolacha do interior do condensador (*não a coma!*), desprezando a massa da bolacha.

[10.0] 2. Liga-se o condensador do problema anterior (se não calculou a sua capacidade pode usar o valor $C=5\text{nF}$), ao circuito representado na figura. Estando o condensador inicialmente descarregado, e justificando as suas respostas,

- Determine as correntes em todos os ramos do circuito imediatamente após ligar o circuito;
- Calcule a potência fornecida pela bateria no instante inicial;
- Depois do condensador totalmente carregado, calcule
 - as novas correntes nos ramos do circuito;
 - a potência total dissipada nas resistências;
 - a carga acumulada no condensador.

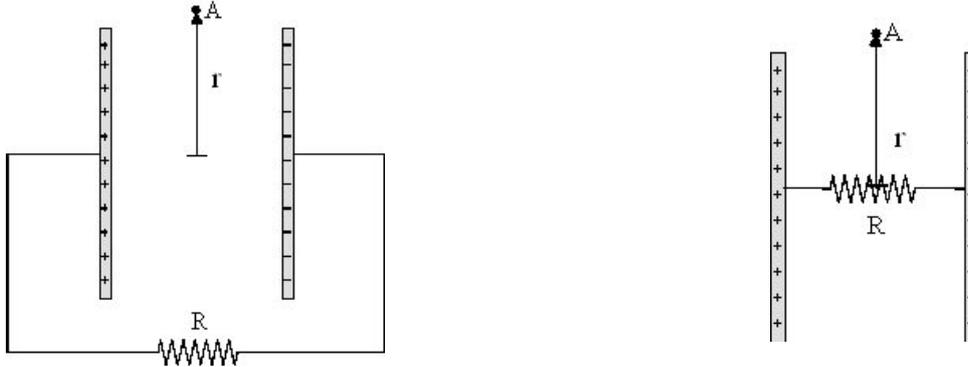
- Se substituísse a bateria por um interruptor, quanto tempo depois de o ligar – com o condensador inicialmente carregado – é que a carga no condensador atingiria 36,788% do seu valor inicial? (*sugestão: note que $36,788\% = 1/e$*) [se precisar e não resolveu a alínea 2.c.iii), pode utilizar o valor $Q_C = 20 \text{ nC}$]



[10.0] 3. Um condensador plano é construído com armaduras circulares de área $A=0,03142 \text{ m}^2$, separadas de $0,005 \text{ m}$, e de capacidade $C=5\text{nF}$. O condensador é inicialmente carregado utilizando uma bateria de 10 V . De seguida é descarregado através de uma resistência $R=10 \text{ k}\Omega$ como mostra a figura da esquerda, com uma corrente dada pela expressão $I(t)=10^{-3} e^{-t/0,00005}[\text{A}]$.

3.a) Calcule o campo magnético (módulo, direcção, sentido) criado por um fio muito comprido de espessura desprezável, onde circula uma corrente constante $I=2 \text{ A}$, em função da distância ao fio.

3.b) Determine, justificando e em primeira aproximação, o módulo, direcção e sentido do campo magnético a meia distância entre as armaduras do condensador num ponto A fora do condensador (admita o campo eléctrico homogéneo em cada instante no espaço interior do condensador), em função da distância r ao centro do condensador.



Considere agora a figura da direita, em que um condensador, que foi inicialmente carregado com 10 V e retirado do circuito, sofre disrupção do dieléctrico, isto é, descarrega-se pelo dieléctrico ao longo do tempo. Admita que a descarga é equivalente à que se observaria por uma resistência $R=10 \text{ k}\Omega$ através de um dieléctrico ideal, que ligasse as duas armaduras por dentro do condensador.

3.c) Determine, justificando e em primeira aproximação, o módulo, direcção e sentido do campo magnético a meia distância entre as armaduras do condensador num ponto A fora do condensador, em função da distância r ao centro do condensador.

3.d) Suponha agora que se envolve o fio condutor por um solenóide estreito e muito extenso de raio R , com 100 espiras/m, ficando o fio no eixo longitudinal do solenóide (isto é, o fio não toca no solenóide). No solenóide circula uma corrente I .

3.d.i) Calcule o campo magnético no eixo do solenóide, provocado pelo solenóide (sem o fio);

3.d.ii) Calcule o coeficiente de indução mútua entre o solenóide e o fio.

[10.0] 4. Considere dois fios condutores paralelos num plano horizontal, em cima dos quais se movem sem atrito e em sentidos opostos duas barras iguais com 1m de comprimento, condutoras e de resistência $R=10 \text{ Ohm}$, e massa 1 Kg , fechando o circuito (figura). Assuma que velocidade das barras é constante e de valor $v=0,05\text{m/s}$. Considere ainda um campo magnético $B=0,5\text{T}$, constante e homogéneo em todo o papel, perpendicular ao plano do circuito, no sentido de cá para lá do papel. Justifique sumariamente as suas respostas.

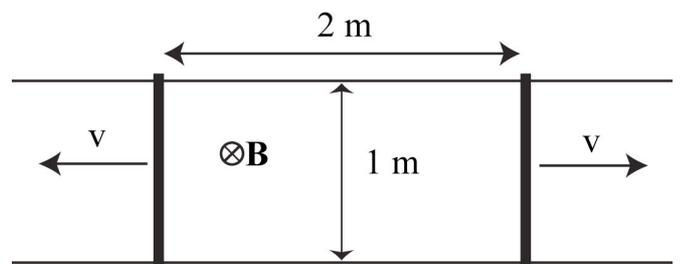
4.a) Qual a variação no tempo do fluxo magnético que atravessa a área englobada pelo circuito fechado com as barras?

4.b) Qual a corrente induzida no circuito?

4.c) Há alguma força a actuar as barras? Qual o trabalho realizado por essa força ao fim de 1s ?

4.d) Qual a potência dissipada no circuito?

4.e) Se fios condutores estivessem num plano vertical (e as barras restringidas a manter o contacto com os fios), e num instante inicial largássemos as barras ao mesmo tempo, diga se ficariam paradas, com movimento uniforme após alguns instantes iniciais (velocidade constante), ou com movimento uniformemente acelerado, justificando a sua resposta (despreze o atrito com o ar).

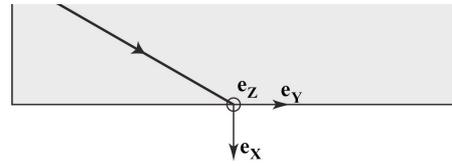


[10.0] 5. Uma onda plana e monocromática propaga-se num prisma, quando chega à superfície exterior em contacto com o ar ($n_2=1$), tendo no prisma a seguinte expressão para o campo eléctrico:

$$E_x = \frac{\sqrt{3}}{2} E_0 \cos\left(2\pi \times 10^{15} t - (x + y\sqrt{3})\frac{k}{2}\right)$$

$$E_y = \frac{E_0}{2} \cos\left(2\pi \times 10^{15} t - (x + y\sqrt{3})\frac{k}{2}\right)$$

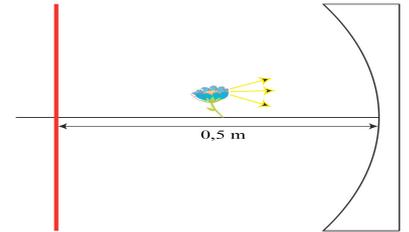
$$E_z = 0$$



onde $k = 2,962 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ e $E_0 = 10^{-9} \text{ V/m}$, \mathbf{e}_x é o versor segundo a normal à superfície com o sentido de dentro para fora, \mathbf{e}_y é o versor paralelo à superfície, no plano de incidência, com o sentido em que se afasta do vector de onda \mathbf{k} , e \mathbf{e}_z é o versor perpendicular ao plano de incidência com o sentido dado pelo produto externo $\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y$. **Justifique sumariamente todas as respostas.**

- Determine o índice de refração do prisma;
- Calcule o ângulo de incidência (do vector de onda com a normal à superfície);
- Calcule o ângulo de refração e o ângulo de reflexão, respectivamente para a onda transmitida e para a onda reflectida (se houver alguma destas);
- Determine a intensidade das ondas transmitida e reflectida (se houver alguma destas);
- Refaça a alínea d), se o prisma estivesse em contacto com um meio de índice de refração $n_2=2,45$ (em vez do ar), e mantendo o ângulo de incidência. (sugestão: comece por calcular o ângulo de Brewster).

[10.0] 6. Uma lente com distância focal $f = 0,25\text{m}$ está colocada à distância de $0,5 \text{ m}$ de um espelho esférico côncavo de raio $R=0,2 \text{ m}$. Um objecto está colocado a meio caminho entre a lente e o espelho, e um observador está à esquerda da lente. Considere apenas a luz que inicialmente viaja do objecto para o espelho.



- Onde se forma a imagem final criada por este sistema? Justifique a sua resposta.
- Calcule a ampliação lateral final, e diga justificando como se caracteriza a imagem (maior/menor, direita/invertida, real/virtual).
- Pode projectar esta imagem num alvo? Justifique sumariamente a sua resposta.
- Naturalmente que, dado que a luz que incide no objecto se reflecte na direcção do espelho, mas também na direcção da lente, quem quer que olhe para este objecto através da lente verá 2 imagens. Qual a distância do espelho a que se poderá colocar o objecto, entre o espelho e a lente inicial ($f=0,25\text{m}$), para garantir que olhando para a lente só se verá uma imagem? Justifique a sua resposta.

Convenções para os Sinais na Óptica Geométrica						
(P=dist.objecto, Q=dist.imagem, R=Raio da Superf. "Esférica", $f =$ distância focal)						
	P>0	P<0	Q>0	Q<0	R >0	R <0
Espelhos	Objecto Real, à frente do Esp.	Obj. Virtual, atrás Esp.	Imagem Real, à frente Esp.	Im. Virtual, atrás Esp.	Côncavo (C à frente Esp.)	Convexo (C atrás Esp.)
Refração Superfícies	Objecto Real, à frente de S.	Obj. Virtual, atrás de S.	Imagem Real, atrás de S.	Im. Virtual, à frente de S.	Convexa (C atrás de S.)	Côncava (C à frente de S.)
Lentes delgadas	Objecto Real, à frente Lente	Obj. Virtual, atrás Lente	Imagem Real, atrás Lente	Im. Virtual, à frente Lente	$f > 0$ Convergente	$f < 0$ Divergente