

Repetição do 1º Teste: problemas 1 e 2 [10 + 10 valores]

Repetição do 2º Teste: problemas 3 e 4 [10 + 10 valores]

Repetição do 3º Teste: problemas 5 e 6 [10 + 10 valores]

Exame: problemas 1, 3 e 5 [(10 + 10 + 10)\*2/3 valores]

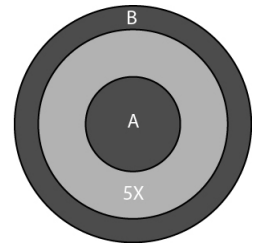
Esta prova tem 3 páginas!

Duração dos Testes: 1h 30m, Duração do Exame: 2h 15m

Na primeira página indique, antes de entregar, o tipo de prova que pretende ver corrigida.

Constantes	$\epsilon_0=8,854 \times 10^{-12}$ [F/m]	$\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ [N/A <sup>2</sup> ]	$c = 299\,792\,458$ [m/s]
Fórmulas de Fresnel ( $t=0$ se não há onda transmitida)	$r_{\perp} \equiv E_{r\perp} / E_{i\perp} = -\frac{\sin(i-t)}{\sin(i+t)}$	$t_{\perp} \equiv E_{t\perp} / E_{i\perp} = \frac{2 \sin t \cos i}{\sin(i+t)}$	
	$r_p \equiv E_{rp} / E_{ip} = \frac{\tan(i-t)}{\tan(i+t)}$	$t_p \equiv E_{tp} / E_{ip} = \frac{2 \sin t \cos i}{\sin(i+t) \cos(i-t)}$	
	Incidência normal à Superfície ( $i=t=r=0^\circ$ )		
	$r = r_{\perp} = r_p \equiv -\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$	$t = t_{\perp} = t_p \equiv \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$	

[10.0] 1. Um condutor A esférico maciço de raio  $R_A=0,15$  m, está envolto por outro condutor B esférico e ôco, de raios interno  $R_{BI}=0,3$  m e externo  $R_{BE}=0,35$  m. O meio líquido entre os condutores A e B tem constante dielétrica  $\epsilon=5X=5\epsilon_0$ , e o meio no espaço restante tem constante dielétrica  $\epsilon=\epsilon_0$ . O condutor A tem carga eléctrica  $Q_A=10$ nC, e o condutor B tem carga eléctrica  $Q_B=-10$ nC. Calcule, justificando,



- O campo eléctrico em função da distância  $r$  ao centro do sistema;
- O potencial eléctrico em função da mesma distância  $r$ ;
- A capacidade do sistema;
- A energia electrostática armazenada no sistema;
- Suponha que se abre um buraco muito pequeno no condutor B, pelo qual o meio líquido irá evaporar em contacto com o ar. Calcule a nova capacidade (sem líquido) e a variação de energia por ter saído todo o líquido do interior (faça as aproximações que julgar relevantes).

[10.0] 2. Liga-se o condutor B do sistema A+B do problema anterior (condutores carregados com  $\pm 10$ nC), sem líquido (pode usar o valor  $C=5$ nF para a capacidade do sistema se não fez a alínea 1e)), ao condutor exterior de um condensador igual (vazio), inicialmente descarregado, mas sem fechar o circuito (sem ligar entre si os condutores A).

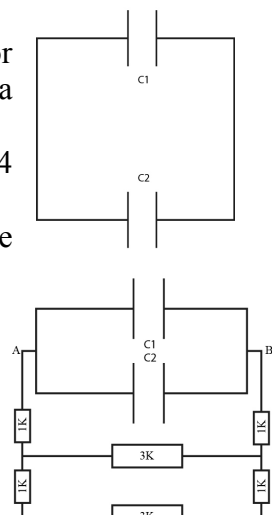
2.a) Quando atingir o equilíbrio, que carga espera ter em cada um dos 4 condutores (interior e exterior dos 2 condensadores)? Justifique a sua resposta.

2.b) Liga-se agora também os condutores interiores (através de um fio condutor isolado que passa através dos buracos nos condutores exteriores, ficando com uma situação idêntica à da figura à direita) [Justifique todas as respostas]

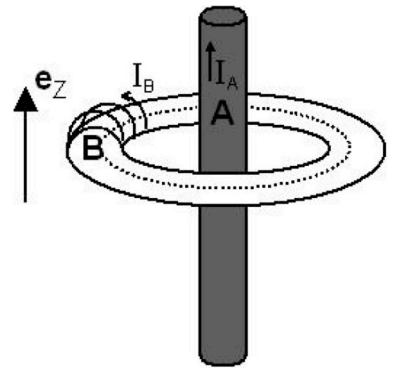
2.b.i) Quando atingir o equilíbrio, que carga espera ter em cada um dos 4 condutores (indicando também os respectivos sinais)?

2.b.ii) Se encher o interior de um dos condensadores com um líquido de constante dielétrica  $\epsilon=5\epsilon_0$ , que carga espera ter em cada um dos 4 condutores quando atingirem o equilíbrio (indique também os respectivos sinais)?

2.c) Suponha que liga agora este sistema (mas sem líquido) ao circuito da figura: Calcule, justificando, as correntes em todos os ramos do circuito no instante inicial (resistências indicadas em  $\Omega$ ), e a resistência equivalente entre os pontos A e B.



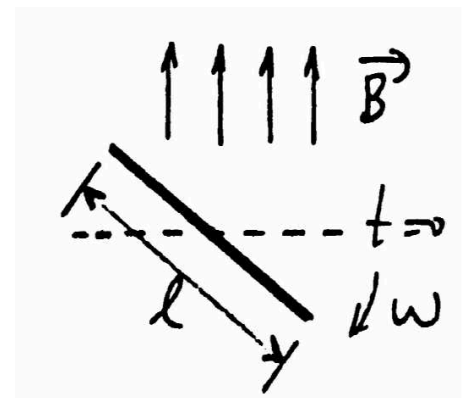
[10.0] 3. Considere um cilindro condutor infinito A transportando uma corrente uniformemente distribuída de intensidade  $I_A=10$  A, tendo o cilindro um raio  $R=0,05$  m, e que é envolvido por um sistema B, constituído por um toro de material homogéneo com permeabilidade magnética  $\mu_0$  envolto em 10 espiras condutoras. Considere que as espiras têm espessura desprezável e que cada espira transporta uma corrente constante  $I_B = 1$  A segundo o sentido  $+\mathbf{e}_z$  na parte da espira mais próxima do eixo do cilindro A. Admita ainda que o raio médio do toro é  $R_T=0,5$  m, que o raio da secção do toro é  $a = 0,01$  m ( $\ll R_T$ ), e que todas as espiras transportam a mesma corrente em todas as circunstâncias. Faça as aproximações que entender úteis.



- 3.a) Calcule o campo magnético provocado pelo condutor cilíndrico A, em função da distância  $r$  ao eixo do cilindro (dentro e fora deste), supondo que a corrente tem o sentido  $+\mathbf{e}_z$  indicado na figura.
- 3.b) Calcule o campo magnético provocado pelo conjunto (cilindro A mais sistema toroidal B), no plano do toro (plano perpendicular ao eixo do toro e ao fio, e que divide o toro em duas partes iguais), em função da distância  $r$  ao eixo do cilindro (dentro e fora deste), e do sentido da corrente no cilindro A ( $+\mathbf{e}_z$  ou  $-\mathbf{e}_z$ , com  $\mathbf{e}_z$  indicado na figura).
- 3.c) Calcule o coeficiente de indução própria do sistema toroidal B.
- 3.d) Calcule o coeficiente de indução mútua dos dois sistemas.
- 3.e) Se as espiras não estivessem fixas (o meio envolvido por elas ser ar), nada as impediria de se aproximar ou de se afastar. Se o cilindro condutor A transportasse uma grande corrente  $I=10000$  A, nos sentidos  $+\mathbf{e}_z$  e  $-\mathbf{e}_z$ , diga em ambos os casos qual a tendência de aproximação/afastamento das espiras do toro (diminuindo/aumentando o raio médio), justificando qualitativamente e fazendo as aproximações que entender.

[10.0] 4. Uma roda está ligada a uma pequena bobina com 10 espiras quadradas sobrepostas, como se esquematiza na figura, de lado  $l=10$ cm, que rodam em torno de um dos seus eixos, com uma velocidade angular  $\omega=100\pi$  rad/s, na presença de um campo magnético  $\mathbf{B}$  uniforme, de intensidade constante  $B=0.2$ T e perpendicular à posição da espira quanto  $t=0$ .

- 4.a) Determine, em função do tempo, o fluxo do campo magnético através das espiras.
- 4.b) Determine o valor e o sentido da corrente eléctrica induzida nas espiras, sabendo que estas têm uma resistência total de 10 Ohm.
- 4.c) Determine a energia dissipada na bobina ao fim de 2 minutos.
- 4.d) Como é que poderia redefinir o campo magnético para travar o movimento de rotação?
- 4.e) Se não conseguisse reduzir o movimento de rotação, devido a forças exteriores, como é que teria que redefinir o campo magnético para não ter corrente induzida na bobina (em primeira aproximação)?

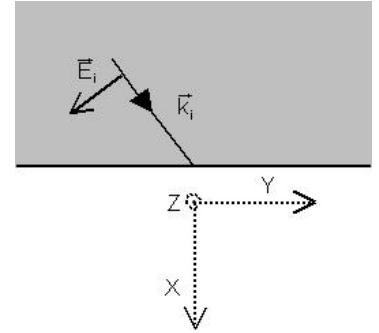


[10.0] 5. Uma onda electromagnética propaga-se num meio com permeabilidade magnética  $\mu=\mu_0$  e constante dieléctrica  $\epsilon$ , sendo o campo eléctrico (unidades de V/m) em função do tempo e do espaço dado pelas expressões:

$$E_X = 6 \times 10^{-8} \cos(2,3562 \times 10^{15} \cdot t - 1,0472 \times 10^7 \cdot (0,8x + 0,6y))$$

$$E_Y = 8 \times 10^{-8} \cos(2,3562 \times 10^{15} \cdot t - 1,0472 \times 10^7 \cdot (0,8x + 0,6y) + \pi)$$

$$E_Z = 0$$



- 5.a) Calcule o vector de onda  $(k_x, k_y, k_z)_i$ , a velocidade de propagação da onda e o índice de refração do meio onde a onda se propaga.
- 5.b) Suponha que esta onda atinge a superfície de separação para o ar (com índice de refração  $n \cong 1$ ), no ponto  $X=Y=Z=0$  (origem dos eixos) e no instante  $t=0$  s, sendo a superfície de separação o plano YZ (ver figura).
- 5.b.i) Determine o ângulo de incidência.
- 5.b.ii) Existe onda transmitida? Justifique brevemente a sua resposta. Em caso afirmativo, determine o ângulo de refração e o vector de onda  $(k_x, k_y, k_z)_t$ , e forneça uma expressão para o Campo Eléctrico da onda transmitida.
- 5.b.iii) Existe onda reflectida? Justifique brevemente a sua resposta. Em caso afirmativo, determine o ângulo de reflexão e o vector de onda  $(k_x, k_y, k_z)_r$ , e forneça uma expressão para o Campo Eléctrico da onda reflectida.
- 5.c) Se esta onda incidisse perpendicularmente à superfície (incidência normal), calcule a energia por unidade de tempo na onda reflectida e na onda transmitida.

[10.0] 6. Um aluno está retocando uma borbulha na face, à distância de 5 cm em frente de um espelho côncavo, vendo a sua imagem reflectida no espelho (30 cm atrás do espelho).

- 6.a) Calcule a distância focal do espelho.
- 6.b) Se se afastar do espelho para ficar a 10 cm do espelho, onde se forma a sua imagem? Será que a consegue ver (naturalmente olhando para o espelho)?
- 6.c) Na situação da alínea anterior, a imagem é direita ou invertida? Qual a ampliação lateral?
- 6.d) Admita que o espelho é espelhado dos dois lados, e que se roda o espelho, ficando agora o lado convexo virado para o aluno, que não deslocou a face (está a 5 cm do espelho). Desprezando a espessura e a curvatura do espelho, determine onde se forma a nova imagem, como é caracterizada (direita/invertida, menor/menor), e qual a ampliação lateral  $M$ ?
- 6.e) Na situação da alínea anterior, tendo em conta que o ponto próximo do olho deste aluno se situa a 20 cm do olho, acha que ele conseguiria ver a borbulha com nitidez? Qual a distância focal que uma lupa teria que ter para que, se a colocasse 2,5 cm à frente do olho, pudesse ver a borbulha nitidamente?

Convenções para os Sinais na Óptica Geométrica						
(P=dist.objecto, Q=dist.imagem, R=Raio da Superf. "Esférica", $f$ = distância focal)						
	P>0	P<0	Q>0	Q<0	R >0	R <0
Espelhos	Objecto Real, à frente do Esp.	Obj. Virtual, atrás Esp.	Imagem Real, à frente Esp.	Im. Virtual, atrás Esp.	Côncavo (C à frente Esp.)	Convexo (C atrás Esp.)
Refração Superfícies	Objecto Real, à frente de S.	Obj. Virtual, atrás de S.	Imagem Real, atrás de S.	Im. Virtual, à frente de S.	Convexa (C atrás de S.)	Côncava (C à frente de S.)
Lentes delgadas	Objecto Real, à frente Lente	Obj. Virtual, atrás Lente	Imagem Real, atrás Lente	Im. Virtual, à frente Lente	$f > 0$ Convergente	$f < 0$ Divergente