

2º Teste: problemas 4, 5 e 6 (cotação igual ao dobro da cotação assinalada)

Exame: todos os problemas

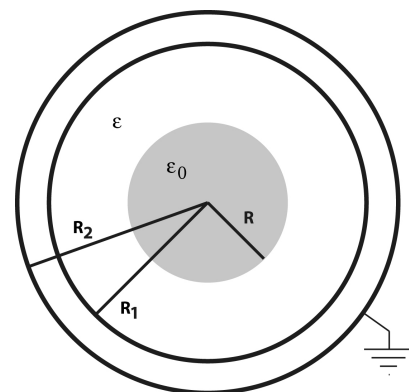
Esta prova tem 3 páginas!

Duração do 2º Teste: 1h 30m, Duração do Exame: 3h 00m

Na primeira página indique, antes de entregar, o tipo de prova que pretende ver corrigida.

| Constantes | $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ [F/m] | $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [N/A ²] | $c = 299\,792\,458$ [m/s] |
|--|---|--|---------------------------|
| Fórmulas de Fresnel ($t=0$ se não há onda transmitida) | $r_{\perp} \equiv E_{r_{\perp}} / E_{i_{\perp}} = -\frac{\sin(i-t)}{\sin(i+t)}$ | $t_{\perp} \equiv E_{t_{\perp}} / E_{i_{\perp}} = \frac{2 \sin t \cos i}{\sin(i+t)}$ | |
| | $r_{\parallel} \equiv E_{r_{\parallel}} / E_{i_{\parallel}} = \frac{\tan(i-t)}{\tan(i+t)}$ | $t_{\parallel} \equiv E_{t_{\parallel}} / E_{i_{\parallel}} = \frac{2 \sin t \cos i}{\sin(i+t) \cos(i-t)}$ | |
| | Incidência normal à Superfície ($i=t=r=0^\circ$) | | |
| | $r = r_{\perp} = r_{\parallel} \equiv -\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ | $t = t_{\perp} = t_{\parallel} \equiv \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ | |
| Integração esférica | $\iiint_{\text{esfera}} f(r) dv = \int_0^{2\pi} \left(\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left(\int_0^R f(r) r^2 dr \right) \sin \theta d\theta \right) d\varphi = 4\pi \int_0^R f(r) r^2 dr$ | | |

- [3.5] 1. Considere uma esfera maciça **não-condutora** (de constante dielétrica ϵ_0) de raio $R=5\text{cm}$, carregada uniformemente em volume com carga total $Q=5 \times 10^{-9}$ C. A esfera encontra-se rodeada por uma coroa esférica **condutora** (e ligada à Terra) concêntrica à esfera e de raios interior e exterior iguais a $R_1=10\text{cm}$ e $R_2=12\text{cm}$, respetivamente (ver figura). O espaço entre a esfera e a coroa condutora encontra-se ocupado por um dielétrico de constante dielétrica $\epsilon = 2\epsilon_0$.



- [0.5] 1.a) Calcule as cargas totais nas superfícies interior e exterior do condutor.
- [1.0] 1.b) Calcule o campo elétrico E em todos os pontos do espaço.
- [1.0] 1.c) Calcule as diferenças de potencial elétrico $V(R)-V(R_1)$ e $V(R)-V(R_2)$.
- [1.0] 1.d) Calcule a energia eletrostática do sistema.

- [3.0] 2. No circuito da figura 2A (figura 2A no final da prova) circula uma corrente de 5 A. A bateria tem força eletromotriz $\mathcal{E}=10$ V, espessura e resistência interna desprezáveis.

[0.5] 2.a) Calcule a resistência elétrica do fio elétrico que liga os extremos da bateria.

[0.5] 2.b) Sabendo que o fio é homogêneo e que tem uma seção circular de raio $r = 0,1$ mm, calcule a condutividade elétrica do material que constitui o fio.

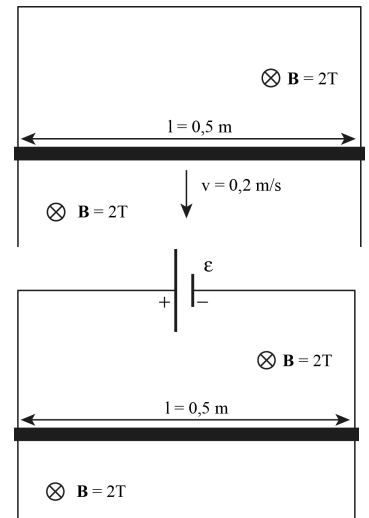
No circuito da figura 2B (figura 2B no final da prova), as resistências têm valores iguais a $R=2000$ Ohm e o condensador tem capacidade $C=10$ nF. Despreze a resistência do fio (as baterias têm forças eletromotrizes respetivamente iguais a $\mathcal{E}=10$ V e $3\mathcal{E}=30$ V).

[1.0] 2.c) Calcule a corrente nos vários ramos do circuito no instante inicial com o condensador descarregado.

[1.0] 2.d) Calcule a carga atingida nos condensadores quando o sistema estiver em equilíbrio.

- [3.5] **3.** Considere um solenoide oco com 400 espiras, de comprimento $l = 50$ cm e raio $R=5$ cm (pode assumir a aproximação do solenoide infinito), no qual circula uma corrente $i = 1$ mA.
- [1.5] **3.a)** Convencionando um sentido para corrente, calcule o campo de indução magnética \mathbf{B} em qualquer ponto no interior do solenoide.
- [1.0] **3.b)** Calcule a energia magnética por unidade de comprimento armazenada no solenoide.
- [1.0] **3.c)** Suponha que quer introduzir no interior deste solenóide um cilindro com o mesmo raio e o mesmo comprimento e permeabilidade magnética $\mu = 8000 \mu_0$. Mantendo constante a corrente no solenóide, diga, justificando qualitativamente a sua resposta, se o cilindro é atraído para dentro do solenóide ou repellido (despreze os efeitos de auto-indução do solenóide).

- [3.5] **4.** Considere o circuito representado na figura à direita, fechado por uma barra de comprimento $l=0,5$ m, massa $m=0,02$ Kg, e resistência elétrica $R=2$ k Ω , que cai com velocidade constante $v=0,2$ m/s. O circuito está imerso num campo de indução magnética constante perpendicular ao plano do circuito, de intensidade $B=2$ T e dirigido para trás da folha.
- [1.5] **4.a)** Calcule em função do tempo o fluxo do campo de indução magnética que atravessa o circuito e a força electromotriz induzida no circuito.
- [1.0] **4.b)** Calcule a corrente que percorre a barra (indique o sentido da corrente na barra).
- [1.0] **4.c)** Suponha que, com a barra travada, se substitui o fio superior por uma bateria de força eletromotriz \mathcal{E} (de resistência desprezável), tal como indicado na figura à direita. Qual a força eletromotriz \mathcal{E} para que a barra não se desloque quando for destravada? Justifique (pode usar $g = 10$ m/s²).

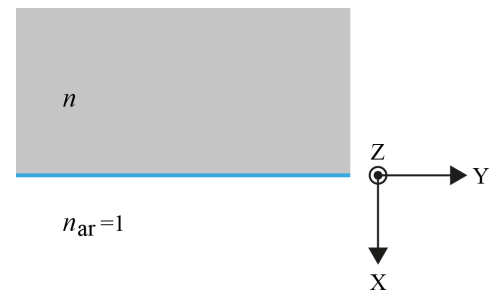


- [3.5] **5.** Uma onda eletromagnética propaga-se num meio com índice de refração n , sendo as componentes do campo elétrico dadas por:

$$E_x = E_{0x} \cos[wt - k(0,8x + 0,6y)]$$

$$E_y = -E_{0y} \sin\left[wt - k(0,8x + 0,6y) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$E_z = 0$$



onde $E_{0x} = 3 \times 10^{-8}$ V/m, $E_{0y} = 4 \times 10^{-8}$ V/m, $\omega = 1,1781 \times 10^{15}$ rad/s e $k = 5,236 \times 10^6$ m⁻¹.

- [0.5] **5.a)** Qual a direção de propagação da onda? (Determine o vetor de onda).
- [0.5] **5.b)** Determine o índice de refração n .
- [0.5] **5.c)** Caracterize a polarização da onda. Justifique a sua resposta.

Suponha que esta onda incide numa superfície que separa o meio de índice de refração n do ar no ponto $x = y = z = 0$ e no instante $t=0$ s. A superfície de separação coincide com o plano ZY.

- [1.0] **5.d)** Determine o ângulo de incidência e o ângulo de refração da onda.
- [1.0] **5.e)** Determine a intensidade da onda transmitida.

- [3.0] 6. No ar ($n_{ar} \cong 1$), um objeto está a 0,5 m à esquerda de uma lente, formando-se a imagem a 1/3 m à direita da mesma (despreze a espessura da lente).
- [1.0] 6.a) Calcule a distância focal da lente no ar e diga se é convergente ou divergente.
- [1.0] 6.b) Calcule a razão de ampliação lateral e caracterize a imagem (maior/menor, real/virtual, direita/invertida), justificando a sua resposta.
- [1.0] 6.c) Sabendo que a lente é feita de um material com índice de refração $n_L=1,54$, calcule a distância focal desta lente, quando totalmente imersa em água com índice de refração $n_{água} = 1,33$.

| Convenções para os Sinais na Ótica Geométrica | | | | | | |
|---|-------------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| (P=dist.objeto, Q=dist.imagem, R=Raio da Superf. "Esférica", f = distância focal) | | | | | | |
| | P>0 | P<0 | Q>0 | Q<0 | R >0 | R <0 |
| Espelhos | Objeto Real, à frente do Esp. | Obj. Virtual, atrás Esp. | Imagem Real, à frente Esp. | Im. Virtual, atrás Esp. | Côncavo (C à frente Esp.) | Convexo (C atrás Esp.) |
| Refração Superfícies | Objeto Real, à frente de S. | Obj. Virtual, atrás de S. | Imagem Real, atrás de S. | Im. Virtual, à frente de S. | Convexa (C atrás de S.) | Côncava (C à frente de S.) |
| Lentes delgadas | Objeto Real, à frente Lente | Obj. Virtual, atrás Lente | Imagem Real, atrás Lente | Im. Virtual, à frente Lente | $f > 0$ Convergente | $f < 0$ Divergente |

Figuras para o problema 2.

Figura 2A

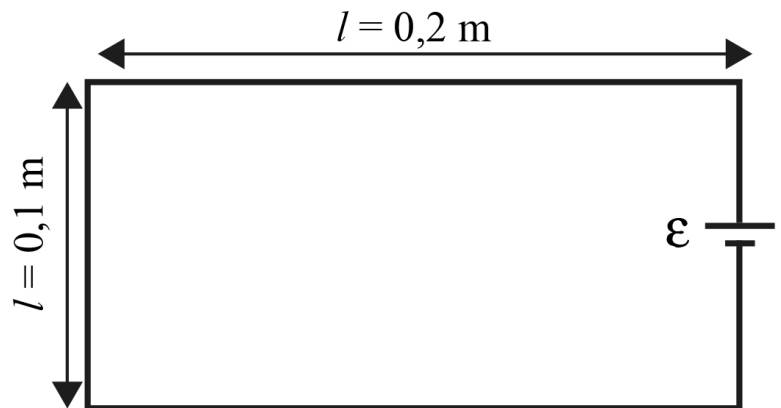


Figura 2B

