

Problemas de Electromagnetismo

(LEFT, LMAC, LCI, LEA)

Profs. Alfredo Barbosa Henriques & Amaro Rica da Silva
Dep. Física-IST

©2º Semestre-2002/2003

Índice

1	Série A	3
1.1	Cálculo Vectorial	3

PARTE 1

Fundamentos Matemáticos

1.1 Cálculo Vectorial

[A.1] Dada uma função $f(x, y, z)$ calcular:

- (a) o seu gradiente ∇f ;
- (b) o rotacional deste $\nabla \times (\nabla f)$;
- (c) a divergência $\nabla \cdot (\nabla f)$;

[A.2] Dado o vector $\mathbb{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$ calcule:

- (a) o seu rotacional $\nabla \times \mathbb{A}$;
- (b) a divergência deste $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbb{A})$

[A.3] Desenhe as "linhas de força" de um campo vectorial tal que

- (a) o seu rotacional seja nulo (campo irrotacional);
- (b) a sua divergência seja nula (campo indivergente);

[A.4] Dado o vector de posição $\mathbf{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k}$, mostre que o Teorema de Divergência se verifica, considerando para isso uma superfície esférica centrada na origem e de raio R .

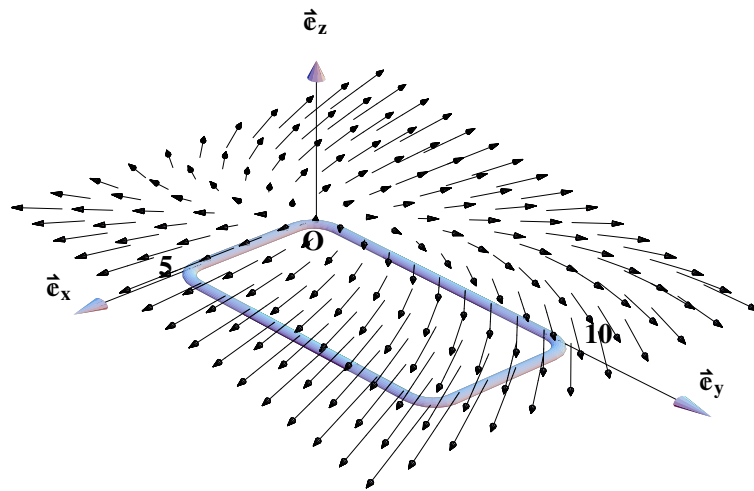
[A.5] Considere o campo $\mathbb{A} = \frac{10}{3} x^3 \mathbf{i}$. Verifique o Teorema da Divergência aplicando-o a um cubo de volume a^3 , arestas paralelas aos eixos e centrado na origem.

[A.6] Dado o campo $\mathbb{A} = k r \mathbf{u}_r$, verifique o Teorema da Divergência no volume definido por duas superfícies esféricas concêntricas, de raios R_1 e R_2 com $R_2 > R_1$.

[A.7] Num remoinho colocamos um pouco de cortiça. Esta andarà à roda em torno do remoinho. Fazendo as hipóteses simplificadoras que entender,

- (a) Derive a relação entre a velocidade angular ω e a vorticidade $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$, i.e. o rotacional do seu campo de velocidades \mathbf{v} .
- (b) Mostre que se obtém a mesma relação aplicando o Teorema de Stokes.
- (c) Calcule a divergência $\nabla \cdot \mathbf{v}$.

- [A.8] Represente gráficamente o campo $\mathbf{A} = x \mathbf{j}$ e calcule o respectivo rotacional. Estará $\nabla \times \mathbf{A}$ ligado a algum movimento de rotação?
- [A.9] Considere o campo vectorial $\mathbf{A} = xy \mathbf{i} - 2x \mathbf{j}$. Verifique o Teorema de Stokes sobre o quarto de círculo, de raio $r = 3$, situado no primeiro quadrante do plano (x, y) .
- [A.10] Calcule a circulação do vector $\mathbf{A} = (2x + y)\mathbf{i} + y \mathbf{j} + xz \mathbf{k}$ em torno do rectângulo indicado na figura seguinte, com um vértice na origem, 5 de largura e 10 de comprimento. Verifique depois o Teorema de Stokes



©AJRS '2003