Problemas de Electromagnetismo
(LEFT, LMAC, LCI, LEA)

Profs. Alfredo Barbosa Henriques & Amaro Rica da Silva
Dep. Física-IST

Índice

PARTE **1**

Fundamentos Matemáticos

1.1 Cálculo Vectorial

[A.1] Dada uma função $f(x, y, z)$ calcular:

(a) o seu gradiente ∇f;

(b) o rotacional deste $\nabla \times (\nabla f)$;

(c) a divergência $\nabla \cdot (\nabla f)$;

[A.2] Dado o vector $\mathbb{A} = A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j} + A_z \mathbb{k}$ calcule:

(a) o seu rotacional $\nabla \times \mathbb{A}$;

(b) a divergência deste $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbb{A})$

[A.3] Desenhe as "linhas de força" de um campo vectorial tal que

(a) o seu rotacional seja nulo (campo irrotacional);

(b) a sua divergência seja nula (campo indivergente);

[A.4] Dado o vector de posição $\mathbb{r} = x\,\mathbb{i} + y\,\mathbb{j} + z\,\mathbb{k}$, mostre que o Teorema de Divergência se verifica, considerando para isso uma superfície esférica centrada na origem e de raio R.

[A.5] Considere o campo $\mathbb{A} = \frac{10}{3} x^3\, \mathbb{i}$. Verifique o Teorema da Divergência aplicando-o a um cubo de volume a^3, arestas paralelas aos eixos e centrado na origem.

[A.6] Dado o campo $\mathbb{A} = k\, r\, \mathbb{u}_r$, verifique o Teorema da Divergência no volume definido por duas superfícies esféricas concêntricas, de raios R_1 e R_2 com $R_2 > R_1$.

[A.7] Num remoinho colocamos um pouco de cortiça. Esta andará à roda em torno do remoinho. Fazendo as hipóteses simplificadoras que entender,

(a) Derive a relação entre a velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$ e a vorticidade $\Omega = \nabla \times \mathbb{v}$, i.e. o rotacional do seu campo de velocidades $\mathbb{v}$.

(b) Mostre que se obtém a mesma relação aplicando o Teorema de Stokes.

(c) Calcule a divergência $\nabla \cdot \mathbb{v}$.

[A.8] Represente gráficamente o campo $\mathbb{A} = x\,\mathbb{j}$ e calcule o respectivo rotacional. Estará $\nabla \times \mathbb{A}$ ligado a algum movimento de rotação?

[A.9] Considere o campo vectorial $\mathbb{A} = xy\,\mathbb{i} - 2\,x\,\mathbb{j}$. Verifique o Teorema de Stokes sobre o quarto de círculo, de raio $r = 3$, situado no primeiro quadrante do plano (x, y).

[A.10] Calcule a circulação do vector $\mathbb{A} = (2x + y)\mathbb{i} + y\,\mathbb{j} + x\,z\,\mathbb{k}$ em torno do rectângulo indicado na figura seguinte, com um vértice na origem, 5 de largura e 10 de comprimento. Verifique depois o Teorema de Stokes