

## PARTE 5

# Ondas Electromagnéticas

### 5.1 Ondas Planas, Refracção, Leis de Fresnel

[E.1] Dada a onda plana  $\mathbb{H} = 3 \times 10^{-4} \cos\left(5 \times 10^4 t - 6 \times 10^{-4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)\right) \mathbb{k} \left(\frac{\text{A}}{\text{m}}\right)$ , indicar a direcção e velocidade de propagação, e calcular a constante dieléctrica do meio ( $\mu_r = 1$ ).

[E.2] Mostre que  $u(x, t) = u_o \sin(\omega t) \sin(kt)$  é solução da equação de ondas e que representa a sobreposição de duas ondas de igual amplitude, propagando-se em sentidos opostos ao longo do eixo dos  $x$ . Essa solução é uma onda estacionária, apresentando nodos fixos ao longo de  $x$ . Qual a posição desses nodos?

[E.3] No caso de campos variáveis continuaremos a utilizar as condições fronteira  $E_{1T} = E_{2T}$  e  $H_{1T} = H_{2T}$  quando  $J = 0$ , embora os rotacionais de  $\mathbb{E}$  e  $\mathbb{H}$  sejam diferentes de zero. Mostre que é correcta essa utilização.

[E.4] É conhecido o campo eléctrico de uma onda plana propagando-se num meio dieléctrico ( $\mu_r = 1$ ):

$$E_x = 0$$

$$E_y = -0.4 \times 10^{-9} \cos(5 \times 10^5 t - 2 \times 10^{-3}(\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z))$$

$$E_z = +0.4 \times 10^{-9} \cos(5 \times 10^5 t - 2 \times 10^{-3}(\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z)) \quad \left(\frac{\text{V}}{\text{m}}\right)$$

- Qual a direcção e sentido da onda?
- Qual o índice de retracção do meio?
- Qual o comprimento de onda?
- Qual a polarização?
- Determine a expressão do campo magnético  $\mathbb{H}$ .

[E.5] Uma onda e.m. plana e monocromática, propagando-se no ar ( $\epsilon_r = 1, \mu_r = 1$ ), apresenta um campo eléctrico definido por

$$\mathbb{E} = E_o \cos(\omega t - k \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{j}$$

com  $E_o = 0.2 \left(\frac{V}{m}\right)$  e  $\omega = 2\pi \times 10^6 \left(\frac{rad}{s}\right)$ . Esta onda incide sobre uma superfície plana de um dieléctrico com  $\epsilon_r = 4, \mu_r = 1$ , segundo um ângulo  $\theta_i = 30^\circ$ .

- (a) Escreva as expressões para os campos eléctrico e magnético das ondas incidente, reflectida e transmitida,
- (b) Mostre ainda que a energia que incide por segundo, por unidade de área, sobre a superfície do dieléctrico é igual à soma das energias das ondas reflectida e transmitida.

(Utilize o sistema de eixos  $Oxyz$  tal como definido nas aulas teóricas).

[E.6] Derive as equações de Fresnel para o caso em que o campo eléctrico da onda incidente é paralelo ao plano de incidência.

[E.7] Considere um meio condutor e a lei de Ohm  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ . Mostre que a equação de ondas correspondente admite uma solução da forma  $u = u_o e^{i\omega t - \Delta z}$ . Determine  $\Delta = a + ib$  e interprete o resultado em termos de um índice de refração complexo.

[E.8] Pegue num copo de água, junte-lhe umas (poucas) gotas de leite, e faça incidir a luz de uma lanterna sobre a superfície do copo. Poderá verificar que as ondas transmitidas são levemente avermelhadas e as ondas reflectidas levemente azuladas. Tente explicar este resultado utilizando o modelo simples para um dieléctrico como uma colecção de pequenos osciladores, com frequência própria  $\omega_o$ . Poderá tomar o coeficiente de dissipação  $\gamma \approx 0$ .