

PARTE 5

Ondas Electromagnéticas

5.1 Ondas Planas, Refracção, Leis de Fresnel

[E.1] Dada a onda plana $\mathbb{H} = 3 \times 10^{-4} \cos\left(5 \times 10^4 t - 6 \times 10^{-4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)\right) \mathbb{k} \left(\frac{\text{A}}{\text{m}}\right)$, indicar a direcção e velocidade de propagação, e calcular a constante dieléctrica do meio ($\mu_r = 1$).

[E.2] Mostre que $u(x, t) = u_o \sin(\omega t) \sin(kt)$ é solução da equação de ondas e que representa a sobreposição de duas ondas de igual amplitude, propagando-se em sentidos opostos ao longo do eixo dos x . Essa solução é uma onda estacionária, apresentando nodos fixos ao longo de x . Qual a posição desses nodos?

[E.3] No caso de campos variáveis continuaremos a utilizar as condições fronteira $E_{1T} = E_{2T}$ e $H_{1T} = H_{2T}$ quando $J = 0$, embora os rotacionais de \mathbb{E} e \mathbb{H} sejam diferentes de zero. Mostre que é correcta essa utilização.

[E.4] É conhecido o campo eléctrico de uma onda plana propagando-se num meio dieléctrico ($\mu_r = 1$):

$$E_x = 0$$

$$E_y = -0.4 \times 10^{-9} \cos(5 \times 10^5 t - 2 \times 10^{-3}(\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z))$$

$$E_z = +0.4 \times 10^{-9} \cos(5 \times 10^5 t - 2 \times 10^{-3}(\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z)) \quad \left(\frac{\text{V}}{\text{m}}\right)$$

- Qual a direcção e sentido da onda?
- Qual o índice de retracção do meio?
- Qual o comprimento de onda?
- Qual a polarização?
- Determine a expressão do campo magnético \mathbb{H} .

[E.5] Uma onda e.m. plana e monocromática, propagando-se no ar ($\epsilon_r = 1, \mu_r = 1$), apresenta um campo eléctrico definido por

$$\mathbb{E} = E_o \cos(\omega t - k \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{j}$$

com $E_o = 0.2 \left(\frac{V}{m}\right)$ e $\omega = 2\pi \times 10^6 \left(\frac{rad}{s}\right)$. Esta onda incide sobre uma superfície plana de um dieléctrico com $\epsilon_r = 4, \mu_r = 1$, segundo um ângulo $\theta_i = 30^\circ$.

- (a) Escreva as expressões para os campos eléctrico e magnético das ondas incidente, reflectida e transmitida,
- (b) Mostre ainda que a energia que incide por segundo, por unidade de área, sobre a superfície do dieléctrico é igual à soma das energias das ondas reflectida e transmitida.

(Utilize o sistema de eixos $Oxyz$ tal como definido nas aulas teóricas).

[E.6] Derive as equações de Fresnel para o caso em que o campo eléctrico da onda incidente é paralelo ao plano de incidência.

[E.7] Considere um meio condutor e a lei de Ohm $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. Mostre que a equação de ondas correspondente admite uma solução da forma $u = u_o e^{i\omega t - \Delta z}$. Determine $\Delta = a + ib$ e interprete o resultado em termos de um índice de refração complexo.

[E.8] Pegue num copo de água, junte-lhe umas (poucas) gotas de leite, e faça incidir a luz de uma lanterna sobre a superfície do copo. Poderá verificar que as ondas transmitidas são levemente avermelhadas e as ondas reflectidas levemente azuladas. Tente explicar este resultado utilizando o modelo simples para um dieléctrico como uma colecção de pequenos osciladores, com frequência própria ω_o . Poderá tomar o coeficiente de dissipação $\gamma \approx 0$.