Problema 5.6

Um fio de cobre com um diâmetro de 1 mm é percorrido por uma corrente de 15.0 A. A sua resistividade é de $1.7\times 10^{-8}\ \Omega\, m$. Qual é o campo eléctrico dentro do fio?

Solução

- Usando a Lei de Ohm local:

$\vec{J} == \sigma_e \vec{E}$ $(* \frac{A}{m^2} *)$ *Densidade de corrente proporcional ao Campo eléctrico.* ;

obtém-se a expressão para o campo dentro do fio em função da densidade de corrente $\vec{J}$

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma_e}\vec{J} \qquad (* \frac{V}{m} *)$$

- A condutibilidade eléctrica σ_e $(\mho\, m^{-1})$ (leia-se $Mho \times m^{-1}$ ou equivalentemente $(S\, m^{-1})$ onde o Siemens (S) substitui o Mho ($\mho$) como unidade da condutância) é o inverso da resistividade ρ_e

$$\rho_e == \frac{1}{\sigma_e} == 1.7\times 10^{-8} \qquad (* \Omega m *)$$

- Para um fio de secção pequena ΔS, a relação entre corrente e densidade média de corrente reduz-se a

$$\mathcal{I} == \vec{J}\cdot\Delta\vec{S} \qquad \therefore \qquad J == \frac{\mathcal{I}}{\Delta S} \qquad (* \frac{A}{m^2} *)$$

quando $\Delta\vec{S} = \Delta S\,\vec{n}$ representa a secção recta do fio e se pode assumir que $\vec{J} = J\,\vec{n}$ uniformemente na secção com normal $\vec{n}$.

- Obtém-se assim a expressão para o campo eléctrico no fio de raio $R = \frac{1}{2}\times 10^{-3}\ m$ e secção circular de área $\Delta S = \pi R^2$

$$\vec{E} == \rho_e \frac{\mathcal{I}}{\Delta S}\vec{n} \qquad \therefore \qquad \vec{E} == 1.7\times 10^{-8}\times \frac{15}{\pi\times\left(\frac{1}{2}\times 10^{-3}\right)^2}\vec{n} == 3.24\times 10^{-1}\,\vec{n} \qquad (* \frac{V}{m} *)$$

Problema 5.5

Uma fita de níquel-cró mio de secção rectangular de 0.25 mm por 1.0 mm é usada como resistência num forno. A sua resistividade é de $100\times 10^{-8}\ \Omega\, m$. Qual deve ser o seu comprimento para que tenha uma resistência de 1.5 Ω?

Solução

- A relação entre resistividade eléctrica ρ_e e resistência R_e, para um condutor de comprimento ℓ que apresenta uma secção recta A, é

$$R_e == \rho_e \frac{\ell}{A} \qquad (* \, \Omega \, *) \qquad \text{(Justifique).} \qquad ;$$

- Neste caso a secção recta é

$$A == \frac{1}{4} \times 10^{-3} \times 1.0 \times 10^{-3} == \frac{1}{4} \times 10^{-6} \qquad (* \, m^2 \, *)$$

- Para obter uma resistência $R_e = 1.5\,\Omega$ é necessário um comprimento

$$\ell == \frac{A\,R_e}{\rho_e} \qquad \therefore \qquad \ell = \frac{\frac{1}{4} \times 10^{-6} \times 1.5}{100 \times 10^{-8}} == 0.375 \qquad (* \text{ m } *)$$

Problema 5.4

Um aquecedor eléctrico funciona aplicando uma diferença de potencial de $110\,V$ a um fio com uma resistência total de $8\,\Omega$. Qual é a corrente que percorre o fio, e qual é a potência dissipada?

Solução

- A lei de Ohm macroscópica é a relação entre a queda de potencial $\mathcal{V} = 110\,V$, a resistência eléctrica $R_e = 8\,\Omega$ e a corrente $\mathcal{I}$ que a atravessa.

$$\mathcal{V} == R_e\,\mathcal{I} \qquad \text{(Relacione esta expressão com a Lei de Ohm local).} \qquad ;$$

- A corrente que percorre o fio é

$$\mathcal{I} == \frac{\mathcal{V}}{R_e} \qquad \therefore \qquad \mathcal{I} == \frac{110}{8} == 13.75 \qquad (* \text{ A } *)$$

- A potência dissipada em calor por esta resistência é

$$\mathcal{P}_e == R_e\,\mathcal{I}^2 \equiv \mathcal{I}\,\mathcal{V} \qquad \therefore \qquad \mathcal{P}_e == \frac{110}{8} \times 110 == 1512.5 \quad (* \, \tfrac{\text{J}}{\text{s}} \equiv \text{W} \, *)$$

Problema 5.3

Suponha que uma pessoa ao cair de um andaime se agarrou a um cabo de alta tensão com as duas mãos. O cabo tem uma resistência de $60\,\mu\Omega$ por cada metro e é percorrido por uma corrente de $1000\,A$. Supondo que as mãos estão agarradas a $1\,m$ uma da outra, diga se a pessoa se arrisca a ser electrocutada?

Solução

- Designando por $R_c = 60 \times 10^{-6}\ \Omega$ a resistência do cabo e $R_h \gg R_c$ a resistência do corpo humano, a situação descrita é equivalente a um circuito com duas resistências em paralelo. A resistência total equivalente obedece à regra

$$\frac{1}{R_{tot}} == \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_h} \qquad \therefore \qquad R_{tot} == \frac{R_h\, R_c}{R_h + R_c} == \frac{R_c}{1 + \frac{R_c}{R_h}}$$

- Dado que $\frac{R_c}{R_h} \ll 1$ podemos fazer $R_{tot} \approx R_c$. A queda de potencial entre as mãos do trabalhador é

$$\mathcal{V} == R_{tot}\, \mathcal{I} \qquad \therefore \qquad \mathcal{V} \approx R_c\, \mathcal{I} == 60 \times 10^{-6} \times 1000 == 0.06 \quad (* \text{ V } *)$$

- Para esta diferenca de potencial não há risco de electrocussão.

Problema 5.7

Qual é o equivalente em Joules de 1 kW-hora. Calcular o preço em escudos e Euros do kW-hora fornecido por uma pilha de 1.5 V e 3 A-hora. Comparar com os 18 escudos por kW-hora da EDP.

Solução

- Pela definição o Watt (W) é a potência equivalente a um Joule por segundo

$$W == \frac{J}{s} \qquad \therefore \qquad 1\ (kW) == 10^3 \left(\frac{J}{s}\right)$$

- Durante uma hora a energia fornecida à potência de 1 kW corresponde a 1 kW- $hora$

$$1\, kW\text{-}\, hora == 10^3 \left(\frac{J}{s}\right) \times 3600\,(s) == 3.6 \times 10^6\,(J) \equiv 3.6\,(MJ)$$

- Para uma voltagem $\mathcal{V} = 1.5\, V$, um circuito utilizando uma corrente $\mathcal{I}$ consumirá energia a uma taxa $\mathcal{P} = \mathcal{I}\, \mathcal{V}$ durante o tempo ΔT que leva a esgotar a capacidade de fornecimento de carga da bateria, que é $Q_{max} = 3\, A\text{-}\, hora$, portanto

$$\Delta T = \frac{3 \times 3600}{\mathcal{I}}\,(s)$$

- A energia máxima que a pilha pode fornecer é assim

$$\Delta \mathcal{W}_{max} == \mathcal{P} \times \Delta T == \mathcal{I}\, \mathcal{V} \times \frac{3 \times 3600}{\mathcal{I}} == 10.8 \times 10^3 \times 1.5 == 16.2 \times 10^3\,(J)$$

- Em termos de kW- $hora$ vimos já que $1\,(J) = \frac{1}{3.6 \times 10^6}\, kW\text{-}\, hora$ pelo que

$$\Delta \mathcal{W}_{max} == \frac{16.2 \times 10^3}{3.6 \times 10^6} == 4.5 \times 10^{-3}\,(kW\text{-}\, hora)$$

- Tendo em conta que uma pilha AA de 1.5 Vcusta cerca de 1 € = 200.482 PTE obtemos a taxa de

$$\frac{1}{4.5\times 10^{-3}} == 222.2\left(\frac{€}{kW\text{-}\ hora}\right) \qquad \therefore \qquad \frac{200.482}{4.5\times 10^{-3}} \approx 44\,551\left(\frac{PTE}{kW\text{-}\ hora}\right) \gg 18\left(\frac{PTE}{kW\text{-}\ hora}\right)(* \text{ da EDP } *)$$