Problema 10.2

O funcionamento da campainha do uma porta requer 0.4 A com 6 V. A campainha está ligada a um transformador cujo circuito primário, com 2000 espiras, está ligado a uma linha de 120 V de corrente alterna.

a) Quantas espiras serão necessárias no circuito secundário?

b) Qual é a corrente no primário?

Solução a)

- O fluxo total Φ_p através do primário é múltiplo do fluxo ϕ através de uma só espira do primário. Se assumirmos que ϕ é igual para as espiras no secundário (o que acontece quando se usa um núcleo de material com alta permeabilidade μ à volta do qual o primário e secundário são enrolados) podemos escrever

$$\Phi_p = N_p \phi \quad ; \quad \Phi_s = N_s \phi$$

- As respectivas forças electromotrizes no primário e secundário são

$$\varepsilon_p = -\frac{d\Phi_p}{dt} = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad ; \quad \varepsilon_s = -\frac{d\Phi_s}{dt} = -N_s \frac{d\phi}{dt}$$

- Obtém-se assim a relação entre f.e.m.s

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

- No presente caso $\varepsilon_p = 120\,V$, $\varepsilon_s = 6\,V$, $N_p = 2000$, pelo que

$$N_s = N_p \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = 2000 \times \frac{6}{120} = 100$$

Solução b)

- Desprezando perdas, num transformador ideal a potência fornecida no primário deve ser igual à potência distribuída pelo secundário, ou seja

$$\varepsilon_p \mathcal{I}_p = \varepsilon_s \mathcal{I}_s \quad \therefore \quad \mathcal{I}_p = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} \mathcal{I}_s = \frac{6}{120} 0.4 = 0.02\,A$$

Problema 10.3

Considere um condensador de armaduras paralelas circulares, de raio $R = 3.0\,cm$. A carga flui da armadura positiva para a negativa correspondendo a uma corrente $I = dQ/dt = 2.5\,A$.

a) Calcule a corrente de deslocamento entre as armaduras

b) Determine o campo magnético num ponto entre as armaduras, à distância $r = 2.0\,cm$ do eixo que liga o centro das armaduras.

Solução a)

- Relembremos que a capacidade C dum condensador de placas paralelas é

$$C == \frac{Q}{V} == \frac{\sigma A}{E_z\, d} == \frac{\sigma A}{\left(\frac{\sigma}{\epsilon_o}\right) d} = \frac{\epsilon_o A}{d}$$

onde usamos o facto do campo $\vec{\boldsymbol{E}}_\pm = E_{z_\pm}\, \vec{\boldsymbol{e}}_z$ duma distribuição plana de carga de densidade superficial $\sigma_\pm$ ter magnitude $E_\pm = \frac{\sigma_\pm}{2\,\epsilon_o}$.

- A lei de Ampère microscópica é expressa na equação de Maxwell (com $\vec{\boldsymbol{H}} = \frac{1}{\mu_o}\vec{\boldsymbol{B}}$ e $\vec{\boldsymbol{D}} = \varepsilon_o\,\vec{\boldsymbol{E}}$)

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{H}} == \vec{\boldsymbol{J}}_c + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

onde $\vec{\boldsymbol{J}}_c$ representa a densidade de corrente de condução e $\vec{\boldsymbol{J}}_d \equiv \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$ designa a **densidade de corrente de deslocamento**.

Temos assim que

$$D_z[t] = \epsilon_o\, E_z[t] = \frac{Q}{A} \qquad \therefore \qquad \frac{\partial D_z}{\partial t} == \frac{I}{\pi R^2} == \frac{2.5}{\pi \times \left(3\times 10^{-2}\right)^2} == 884.2 \quad (* \ \frac{A}{m^2}\ *)$$

- O fluxo de $\vec{\boldsymbol{J}}_d = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$ através da secção $S = \pi R^2$ do condensador deve igualar a corrente I que atravessa o circuito.

$$I = \int\int_S \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} \cdot d\vec{\boldsymbol{S}} = \frac{d}{dt}\left(\int\int_S \vec{\boldsymbol{D}} \cdot d\vec{\boldsymbol{S}}\right) = \frac{d\Phi_D}{dt}$$

(Note que $\Phi_D = \int\int_S \vec{\boldsymbol{D}} \cdot d\vec{\boldsymbol{S}}$ é o fluxo de $\vec{\boldsymbol{D}} = \epsilon_o\,\vec{\boldsymbol{E}}$ através de uma superfície aberta S)

Solução b)

- De acordo com a Lei de Ampère (com $\vec{H} = \frac{1}{\mu_o}\vec{B}$ e $\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E}$), a circulação do campo numa circunferência γ de raio $r = 2.0\,cm$ em torno do eixo do condensador deve igualar a corrente que atravessa uma superfície S_γ com bordo na circunferência γ, ou seja dentro do condensador onde não há corrente de condução, $\vec{J}_c = 0$, devemos obter

$$\oint_\gamma \vec{H}\cdot d\vec{r} == \int\int_{S_\gamma} \nabla\times\vec{H}\cdot d\vec{S} == \int\int_{S_\gamma} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S} == \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 == I\left(\frac{r}{R}\right)^2 == 2.5\times\left(\frac{2\times 10^{-2}}{3.0\times 10^{-2}}\right)^2 == 1.1\ (*\ A\ *)$$

- Pela simetria axial do condensador podemos considerar que o campo $\vec{B}$ (ou equivalentemente $\vec{H} = \frac{1}{\mu_o}\vec{B}$) é tangente a circunferências centradas no eixo do condensador $\vec{e}_z$, e a sua magnitude não deve depender de φ, ou seja em coordenadas cilíndricas $\vec{H} = H_\varphi[r]\,\vec{e}_\varphi[\varphi]$ pelo que usando outra vez a lei de Ampère sobre a circunferência γ obtemos para a circulação de $\vec{H}$

$$\oint_\gamma \vec{H}\cdot d\vec{r} == 2\pi r H_\varphi[r] == I\left(\frac{r}{R}\right)^2 \qquad \therefore$$

$$\vec{H}[r,\varphi] == \frac{I}{2\pi}\frac{r}{R^2}\vec{e}_\varphi[\varphi] == \frac{2.5}{2\pi}\frac{2\times 10^{-2}}{(3.0\times 10^{-2})^2}\vec{e}_\varphi[\varphi] == 8.84\,\vec{e}_\varphi[\varphi] \qquad (*\ \frac{A}{m}\ *)$$

- O campo magnético à distância $r = 2\,cm$ do eixo $\vec{e}_z$ é assim

$$\vec{B}[r,\varphi] = \mu_o\vec{H}[r,\varphi] = 4\pi\times 10^{-7}\times 8.84\,\vec{e}_\varphi[\varphi] = 0.11\times 10^{-4}\,\vec{e}_\varphi[\varphi] \quad (*\ \mathrm{T}\ *)$$