**Termodinâmica e Estrutura da Matéria**

(LEGM, MEC)

2013-2014

Problemas – Aula 10

Carlos Augusto Santos Silva

carlos.santos.silva@tecnico.ulisboa.pt

Versão 1.0

16-5-2014

# Física Quântica

## Problema 1

Em 1964, a medição dos sinais de rádio emitidos por uma galáxia distante, permitiu descobrir uma radiação de fundo correspondente a um corpo negro que estava a 3K. Esta radiação encontra-se por todo o universo e é um dos factores que sugere a ocorrência do *big bang*.

1. Calcule o comprimento de onda correspondente à intensidade máxima.
2. Calcule o fluxo de radiação do espaço (W/m2)
3. Admitindo que a área do universo é de 2,4x1054 m2, qual a potência radiada pelo universo?
4. Assumindo que todos os fotões da radiação de fundo têm o comprimento de onda obtido em a), estime o número de fotões por segundo.

Nota: A área do universo é calculada a partir da hipótese de que o universo é esférico e têm um raio de 4.35×1026 m

## Problema 2

Considere que a irradiação solar na superfície terrestre é de 1000 W/m2, com um comprimento de onda médio de 550m-9.

1. Quantos fotões atingem a superfície terrestre por m2 e por segundo
2. Qual o momento linear de cada fotão?
3. Qual a variação do momento linear de um fotão refletido ao chocar com a superfície terrestre?

## Problema 3

Um laser de rubi emite num comprimento de onda de λ=694,3nm. Considere um modelo para o laser em que os fotões são emitidos devido a transições de electrões entre os níveis n=3 e n=2 (assuma paredes infinitas)

1. Qual a diferença de energia entre os níveis referidos?
2. Um laser de 2 W de potência, quantos fotões estão a ser emitidos?

## Problema 4

Em 1885, Johann Balmer obteve empiricamente uma fórmula que permitia obter os valores para os comprimentos de ondas das 4 riscas do espectro visível do átomo de hidrogénio $λ=B\left(\frac{n^{2}}{n^{2}-2^{2}}\right)$, para n=2,3,.. generalizada depois para todas as riscas por Rydberg $\frac{1}{λ}\_{n,m}=R\left(\frac{1}{m^{2}}-\frac{1}{n^{2}}\right), R=1.097×10^{7}$*m—1* para n>m

Bohr obteve a expressão $E\_{n}=\frac{e^{4}m\_{e}}{2\left(4πe\_{0}\right)^{2}}Z^{2}\left(\frac{2π}{h}\right)^{2}\frac{1}{n^{2}}⇔E\_{n}=-\frac{Z^{2}R\_{E}}{n^{2}}, R\_{E}=13,6eV$ para n=1,2,...

1. Demonstre que o modelo de Bohr explica o espectro do átomo de hidrogénio que de n=2 para n=3.
2. Em 1896 verificou-se empiricamente que o espectro de uma estrela verificava a expressão$\frac{1}{λ}\_{n}=R\left(\frac{1}{\left(\frac{nf}{2}\right)^{2}}-\frac{1}{\left(\frac{ni}{2}\right)^{2}}\right). $Qual o gás das estrela, utilizando a fórmula de Rydberg genérica $\frac{1}{λ}\_{nf,ni}=RZ^{2}\left(\frac{1}{nf^{2}}-\frac{1}{ni^{2}}\right)$, para um gás com número atómico Z.

**Nota**: Um 1eV=1.6×10−19 J

**Soluções**

## Problema 1

1. Segundo a lei de Wien $T=\frac{2,897768 × 10^{-3}mK}{λ\_{max}}$, logo

$$ λ\_{max}=\frac{2,897768 × 10^{-3}mK}{T}=0,97× 10^{-3}m=0,97mm$$

1. Calcule o espaço como um corpo negro, o fluxo de calor emitido pelo universo é dado por

$$\ddot{q}=εσ\left(Τ\_{u}^{4}\right)=5,67×10^{-8}\left(3^{4}\right)=4,59×10^{-6}W/m^{2}$$

1. Assumindo que a área do universo é de 4,3x1054 m2, então a potência radiada por todo o universo é

$$\dot{q}=AεσΤ^{4}=19,74×10^{48}W$$

1. Assumindo que o comprimento de onda dos fotões é de $0,97× 10^{-3}m$, a energia de cada um dos fotões é $E=hf$, com $f=\frac{c}{λ}$, logo

## Problema 2

1. A energia de cada um dos fotões é $E=hf$, com $f=\frac{c}{λ}$, logo

$$E=h\frac{c}{λ}=6,626×10^{-34}Js×3×\frac{10^{8}ms^{-1}}{\left(5,5×10^{-7}m\right)}=3,614×10^{-19}J$$

Se a energia radiada pelo sol por segundo por m2 é de $1000W$ logo o número N de fotões emitidos que atingem a terra por m2 por segundo é dada por

$$N=\frac{1000W}{E}=2,768×10^{21}$$

1. Qual o momento linear de cada fotão é dado pela expressão

$$p=\frac{h}{λ}=\frac{6,626×10^{-34}Js}{\left(5,5×10^{-7}m\right)}=1,2×10^{-27}kgm/s$$

1. Se o fotão incidir perpendicularmente e for reflectido, a velocidade de saída vai ser a mesma mas em sentido contrário. Neste caso, a variação do momento linear será igual 2p.

## Problema 3

1. A diferença de energia entre os dois níveis é $∆E=hf$, com $f=\frac{c}{λ}$, logo

$$∆E=h\frac{c}{λ}=6,626×10^{-34}Js×3×\frac{10^{8}ms^{-1}}{\left(694,3×10^{-9}m\right)}=2,865×10^{-19}J$$

1. Num laser de 2W=2J/s, temos que o número de fotões é de $n=\frac{2J/s}{2,865×10^{-19}J}=6,98×10^{18}$ fotões

## Problema 4

1. Pela expressão de Balmer temos que $\frac{1}{λ}\_{n}=R\left(\frac{1}{2^{2}}-\frac{1}{n^{2}}\right), R=1.097×10^{7}$*m—1*

o que significa que o salto de 2 para 3 = $656×10^{-9}m$

Pelo modelo de Borh para o átomo de hidrogénio temos que

$$E\_{n}=-\frac{Z^{2}R\_{E}}{n^{2}}⇒∆E\_{2\rightarrow 3}=-Z^{2}R\_{E}\left(\frac{1}{2^{2}}-\frac{1}{3^{2}}\right)=1,8eV$$

Pela expressão de Plank, temos que $∆E=h\frac{c}{λ}⇔λ=\frac{hc}{∆E}⇔6,626×10^{-34}Js×3×\frac{10^{8}ms^{-1}}{\left(1,8×1.6×10-19 J\right)}=690,2×10^{-9}m$

OS valores são semelhantes

1. Desenvolvendo a expressão temos que $\frac{1}{λ}\_{n}=R\left(\frac{1}{\left(\frac{nf}{2}\right)^{2}}-\frac{1}{\left(\frac{ni}{2}\right)^{2}}\right)=R\left(\frac{2^{2}}{\left(nf\right)^{2}}-\frac{2^{2}}{\left(ni\right)^{2}}\right)=RZ^{2}\left(\frac{1}{nf^{2}}-\frac{1}{ni^{2}}\right), Z=2. $Logo, o gás é o Hélio.

$$E=h\frac{c}{λ}=6,626×10^{-34}Js×3×\frac{10^{8}ms^{-1}}{\left(9,7×10^{-4}m\right)}=2,05×10^{-22}J$$

A energia radiada pelo universo por segundo é $57,69×10^{24}W=J/s$, logo o número de fotões emitidos pelo universo por segundo é

$$\frac{19,74×10^{48}}{2,05×10^{-22}}=9,63^{70}$$