Termodinâmica e Estrutura da Matéria

(LEGM, MEC)

2013-2014

Problemas – Aula 10

Carlos Augusto Santos Silva
carlos.santos.silva@tecnico.ulisboa.pt

Versão 1.0
16-5-2014

Física Quântica

Problema 1

Em 1964, a medição dos sinais de rádio emitidos por uma galáxia distante, permitiu descobrir uma radiação de fundo correspondente a um corpo negro que estava a 3K. Esta radiação encontra-se por todo o universo e é um dos factores que sugere a ocorrência do *big bang*.

a) Calcule o comprimento de onda correspondente à intensidade máxima.
b) Calcule o fluxo de radiação do espaço (W/m^2)
c) Admitindo que a área do universo é de $2{,}4\text{x}10^{54}$ m^2, qual a potência radiada pelo universo?
d) Assumindo que todos os fotões da radiação de fundo têm o comprimento de onda obtido em a), estime o número de fotões por segundo.

Nota: A área do universo é calculada a partir da hipótese de que o universo é esférico e têm um raio de 4.35×10^{26} m

Problema 2

Considere que a irradiação solar na superfície terrestre é de 1000 W/m^2, com um comprimento de onda médio de $550m^{-9}$.

a) Quantos fotões atingem a superfície terrestre por m^2 e por segundo
b) Qual o momento linear de cada fotão?
c) Qual a variação do momento linear de um fotão refletido ao chocar com a superfície terrestre?

Problema 3

Um laser de rubi emite num comprimento de onda de λ=694,3nm. Considere um modelo para o laser em que os fotões são emitidos devido a transições de electrões entre os níveis n=3 e n=2 (assuma paredes infinitas)

e) Qual a diferença de energia entre os níveis referidos?
f) Um laser de 2 W de potência, quantos fotões estão a ser emitidos?

Problema 4

Em 1885, Johann Balmer obteve empiricamente uma fórmula que permitia obter os valores para os comprimentos de ondas das 4 riscas do espectro visível do átomo de hidrogénio $\lambda = B\left(\frac{n^2}{n^2-2^2}\right)$, para n=2,3,.. generalizada depois para todas as riscas por Rydberg $\frac{1}{\lambda_{n,m}} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$ para n>m

Bohr obteve a expressão $\mathrm{E_n} = \frac{\mathrm{e^4 m_e}}{2(4\pi \mathrm{e_0})^2} \mathrm{Z}^2 \left(\frac{2\pi}{\mathrm{h}}\right)^2 \frac{1}{\mathrm{n}^2} \Leftrightarrow E_n = -\frac{Z^2 R_E}{n^2}, R_E = 13{,}6eV$ para n=1,2,...

a) Demonstre que o modelo de Bohr explica o espectro do átomo de hidrogénio que de n=2 para n=3.
b) Em 1896 verificou-se empiricamente que o espectro de uma estrela verificava a expressão $\frac{1}{\lambda_n} = R\left(\frac{1}{\left(\frac{nf}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{ni}{2}\right)^2}\right)$. Qual o gás das estrela, utilizando a fórmula de Rydberg genérica $\frac{1}{\lambda_{nf,ni}} = RZ^2\left(\frac{1}{nf^2} - \frac{1}{ni^2}\right)$, para um gás com número atómico Z.

Nota: Um 1eV=1.6×10^{-19} J

Soluções

Problema 1

a) Segundo a lei de Wien $T = \frac{2,897768 \times 10^{-3} mK}{\lambda_{max}}$, logo

$$\lambda_{max} = \frac{2,897768 \times 10^{-3} mK}{T} = 0,97 \times 10^{-3} m = 0,97 mm$$

b) Calcule o espaço como um corpo negro, o fluxo de calor emitido pelo universo é dado por

$$\ddot{q} = \varepsilon\sigma\left({T_u}^4\right) = 5,67 \times 10^{-8}(3^4) = 4,59 \times 10^{-6} W/m^2$$

c) Assumindo que a área do universo é de $4,3\text{x}10^{54}$ m^2, então a potência radiada por todo o universo é

$$\dot{q} = A\varepsilon\sigma T^4 = 19,74 \times 10^{48} W$$

d) Assumindo que o comprimento de onda dos fotões é de $0,97 \times 10^{-3} m$, a energia de cada um dos fotões é $E = hf$, com $f = \frac{c}{\lambda}$, logo

Problema 2

a) A energia de cada um dos fotões é $E = hf$, com $f = \frac{c}{\lambda}$, logo

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6,626 \times 10^{-34} Js \times 3 \times \frac{10^8 ms^{-1}}{(5,5 \times 10^{-7} m)} = 3,614 \times 10^{-19} J$$

Se a energia radiada pelo sol por segundo por m^2 é de $1000W$ logo o número N de fotões emitidos que atingem a terra por m^2 por segundo é dada por

$$N = \frac{1000W}{\mathrm{E}} = 2,768 \times 10^{21}$$

b) Qual o momento linear de cada fotão é dado pela expressão

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \times 10^{-34} Js}{(5,5 \times 10^{-7} m)} = 1,2 \times 10^{-27} kgm/s$$

c) Se o fotão incidir perpendicularmente e for reflectido, a velocidade de saída vai ser a mesma mas em sentido contrário. Neste caso, a variação do momento linear será igual 2p.

Problema 3

d) A diferença de energia entre os dois níveis é $\Delta E = hf$, com $f = \frac{c}{\lambda}$, logo

$$\Delta E = h\frac{c}{\lambda} = 6,626 \times 10^{-34} Js \times 3 \times \frac{10^8 ms^{-1}}{(694,3 \times 10^{-9} m)} = 2,865 \times 10^{-19} J$$

e) Num laser de 2W=2J/s, temos que o número de fotões é de $n = \frac{2J/s}{2,865 \times 10^{-19} J} = 6,98 \times 10^{18}$ fotões

Problema 4

a) Pela expressão de Balmer temos que $\frac{1}{\lambda_n} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$

o que significa que o salto de 2 para 3 = $656 \times 10^{-9} m$

Pelo modelo de Borh para o átomo de hidrogénio temos que

$$E_n = -\frac{Z^2 R_E}{n^2} \Rightarrow \Delta E_{2\to3} = -Z^2 R_E \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1{,}8 eV$$

Pela expressão de Plank, temos que $\Delta E = h\frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} \Leftrightarrow 6{,}626 \times 10^{-34} Js \times 3 \times \frac{10^8 ms^{-1}}{(1{,}8 \times 1.6 \times 10-19\ \text{J})} = 690{,}2 \times 10^{-9} m$

OS valores são semelhantes

b) Desenvolvendo a expressão temos que $\frac{1}{\lambda_n} = R\left(\frac{1}{\left(\frac{nf}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{ni}{2}\right)^2}\right) = R\left(\frac{2^2}{(nf)^2} - \frac{2^2}{(ni)^2}\right) = RZ^2\left(\frac{1}{nf^2} - \frac{1}{ni^2}\right), Z = 2$. Logo, o gás é o Hélio.

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \times 10^{-34} Js \times 3 \times \frac{10^8 ms^{-1}}{(9{,}7 \times 10^{-4} m)} = 2{,}05 \times 10^{-22} J$$

A energia radiada pelo universo por segundo é $57{,}69 \times 10^{24} W = J/s$, logo o número de fotões emitidos pelo universo por segundo é

$$\frac{19{,}74 \times 10^{48}}{2{,}05 \times 10^{-22}} = 9{,}63^{70}$$