

# TERMODINÂMICA

## III Série de Problemas

Prof. Orfeu Bertolami

*Instituto Superior Técnico, Departamento de Física*

### Assunto:

Calor específico dos gases. Transições de fase: equação de Clayperon. Condutividade térmica das substâncias.

Distribuição de Maxwell-Boltzmann.

Radiação do corpo negro: Leis de Wien e Stefan. Lei de Planck.

### Constantes e Unidades:

Constante universal dos gases:  $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Número de Avogadro:  $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas mol}^{-1}$

Unidade de massa atómica: u.m.a. =  $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .

Constante de Boltzmann  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ m K}$

1) O ar é uma mistura de gases que se comporta como um gás perfeito diatómico. Numa mole de ar existem 0.79 mole de azoto ( $N_2$ ), 0.21 mole de oxigénio ( $O_2$ ), 0.009 mole de árgon ( $Ar$ ), 0.0004 mole de dióxido de carbono ( $CO_2$ ) e vestígios de outros gases (hélio, etc). A pressão atmosférica é a soma das pressões parciais dos vários gases.

*Nota:  $m(N_2) = 28 \text{ u.m.a.}$   $m(O_2) = 32 \text{ u.m.a.}$   $m(Ar) = 39.9 \text{ u.m.a.}$*

1.a) Calcule o calor específico molar do ar a volume constante,  $C_V$  (basta considerar os gases mais abundantes). E a pressão constante,  $C_p$ ?

1.b) Calcule a massa molar e a densidade do ar em condições normais de pressão e temperatura.

1.c) Calcule o calor específico a volume constante por unidade de massa,  $c_V$ , do ar.

**R:** a)  $C_V = 20.68 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$  ;  $C_p = 28.99 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$     b)  $28.92 \text{ g/mol}$  ;  
 $1.29 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$     c)  $c_V = 0.71 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$

**2)** Num recipiente fechado de volume  $V = 22.4 \text{ l}$  encontra-se um gás que queremos identificar. Para tal sabemos que:

- o gás se encontra em condições normais de pressão e temperatura,
- se fornecermos  $41.4 \text{ J}$  a temperatura do gás eleva-se  $2^\circ\text{C}$ .

**2.b)** Trata-se de um gás monoatômico ou diatômico? Justifique com calculos.

**2.c)** Sabendo que o calor específico do gás é  $c_v = 10.39 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$ , diga de que gás se trata.

**3)** Considere um gás num recipiente fechado e à temperatura de  $25^\circ\text{C}$ . A temperatura do gás eleva-se de  $1^\circ\text{C}$  quando lhe é fornecida uma quantidade de calor de  $41.57 \text{ J}$ . No entanto, se o gás estiver à temperatura de  $3000^\circ\text{C}$ , são necessários  $58.20 \text{ J}$  para obter a mesma elevação de temperatura nas mesmas condições. Sabendo que se trata de um gás puro e não uma mistura, calcule:

**3.a)** Quantas moles de gás se encontram no recipiente?

**3.b)** Quantos átomos tem cada molécula do gás?

**4)** Um patinador desliza sobre gelo num dia em que a temperatura ambiente é de  $-1^\circ\text{C}$ . Sabendo que o patinador tem  $70 \text{ kg}$  e que cada patim tem uma lâmina com  $30 \text{ cm}$  de comprimento e  $0.1 \text{ mm}$  de espessura, determine:

**4.a)** A pressão exercida sobre cada patim. Note que em geral um patinador apoia a quase totalidade do seu peso num único patim.

**4.b)** O ponto de fusão do gelo debaixo de cada patim. A água sobre a qual o patinador desliza encontra-se no estado líquido ou sólido?

**5)** Suponha que em certo dia no cimo da Serra da Estrela reparou que a água fervia a  $96^\circ\text{C}$ . Sabendo que o calor latente de vaporização da água a  $100^\circ\text{C}$  é  $540 \text{ cal/g}$ , calcule a pressão nesse ponto da Serra da Estrela.

*Nota: Considere que o vapor de água obedece à equação dos gases perfeitos.*

6) Calcule a razão entre a probabilidade de encontrar uma molécula de ar ao nível do mar e a probabilidade de encontrar a uma altura de 10 m, a 27°C.

Massa molecular do ar: 29 g/mole.

7) A atmosfera de Vénus é basicamente constituída por  $CO_2$  e é extramente densa: a pressão do planeta é de 90 atm e a 50 km de altitude é de 1 atm. Considerando que a temperatura a 50 km é igual á da superfície (cerca de 485°C) e sabendo que a aceleração da gravidade em Vénus é  $g_V = 8.8 \text{ m s}^{-2}$ , diga qual é a razão entre a probabilidade de encontrar uma molécula de  $CO_2$  à superfície do planeta e a 50 km de altitude.

8) A velocidade de escape da Terra é, a cerca de 500 km de altitude, de 11 km/s. Sabendo que a essa altitude a temperatura é de cerca de 60 °K, calcule:

8.a) A velocidade média das moléculas de oxigénio.

8.b) A velocidade média das moléculas de hidrogénio.

8.c) Usando a tabela da distribuição de Maxwell-Boltzmann calcule a probabilidade de se ter  $v > v_{\text{escape}}$  nos dois casos. Que pode concluir sobre a abundância dos dois gases na atmosfera?

9) Titã é uma das luas de saturno e a velocidade de escape à sua superfície é semelhante à da lua:

$$v_{\text{esc.Lua}} = 2.4 \text{ km/s} ; v_{\text{esc.Titã}} = 2.6 \text{ km/s} \quad (1)$$

No entanto, Titã tem uma atmosfera de metano ( $CH_4$ ) e amoníaco ( $NH_3$ ) e a lua, como se sabe não tem atmosfera. Sabendo que a temperatura à superfície à superfície da lua (na face virada ao sol) é de 100°C e que a temperatura à superfície de Titã (também na face virada ao sol) é de  $-153^\circ C$ , explique porque a Lua não pode ter uma atmosfera semelhante. Justifique com cálculos: determine, por exemplo, a

probabilidade de ter  $v(CH_4) > v_{escape}$  num e noutro caso.

**10)** Mostre que a energia total média de um sistema em equilíbrio à temperatura  $T$ , constituído por osciladores anarmónicos com energia potencial  $V(x) = \frac{k_0 x^4}{4}$  é dada por  $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{4}kT$ .

**11)** As superfícies internas das paredes de um grande edifício são mantidas a  $20^\circ C$  enquanto que a temperatura da superfície exterior é de  $-20^\circ C$ . As paredes medem  $25\text{ cm}$  de espessura e foram construídas com tijolo de condutividade térmica  $0.6\text{ kcal}/(\text{hora } ^\circ C\text{ m})$ .

**11.a)** Calcule a perda de energia por cada  $m^2$  de superfície de parede e por hora.

**11.b)** Qual a potência de que um aparelho de ar condicionado deve ter para manter a temperatura constante numa sala com  $18\text{ m}^2$  de paredes. Suponha que não existem outras perdas e que a eficiência da máquina é 1.5.

**11.c)** Se a parede for constituída por duas paredes de tijolo de  $7.5\text{ cm}$  e uma caixa de cortiça com  $10\text{ cm}$ , calcule as temperaturas em todas as superfícies de separação, sabendo que  $K_{cortica} = 5.7 \times 10^{-3}\text{ W}/(\text{m } ^\circ C)$

**12)** Uma resistência eléctrica atravessa um tubo de  $3\text{ m}$  de comprimento e diâmetro interior  $80\text{ mm}$ , coberto de um material isolante de  $40\text{ mm}$  de espessura e condutibilidade térmica  $0.06\text{ kcal}/(\text{hora } ^\circ C\text{ m})$ . Suponha que as temperaturas das superfícies interna e externa do isolamento são  $200^\circ C$  e  $27^\circ C$  respectivamente.

**12.a)** Calcule a função  $T(r)$  que dá a evolução da temperatura no material isolante e esboce o seu gráfico.

**12.b)** Qual o valor da potência que se tem de fornecer à resistência para que as condições descritas se mantenham constantes?

**R:** a)  $T(r) = 200 + \frac{282}{6\pi \cdot 0.06} \ln\left(\frac{0.04}{r}\right)$     b)  $282\text{ kcal}/\text{hora}$

**13)** Se um esquimó pretendesse substituir o seu iglu por uma casa de betão, que espessura deveriam ter as paredes para que nova habitação tivesse as mesmas características térmicas do iglu?

*Espessura das paredes do iglu* 20cm

*condutividade térmica do gelo*  $1.7 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

*Condutividade térmica do betão*  $0.8 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

**R:** 9.4 cm

**14)** Um corpo aquecido à temperatura  $T$  emite um fluxo total de energia  $\varphi(T)$ , quantidade de energia por segundo e por unidade de superfície, proporcional a  $T^4$ ,

$$\varphi(T) = \alpha\sigma T^4 \quad (2)$$

onde  $\sigma = 5.672 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  é a chamada constante de Boltzmann,  $\alpha \leq 1$  é o coeficiente de absorção do corpo ( $\alpha = 1$  para um corpo negro), e  $T$  é a temperatura.

**14.a)** Calcule o fluxo térmico emitido pelo corpo humano à temperatura de  $37^\circ\text{C}$ . Qual a quantidade de calorías que é necessário ingerir diariamente só para compensar as perdas com a radiação (considere  $\alpha = 0.3$ ).

**14.b)** A energia emitida pelo sol corresponde aproximadamente à energia emitida por um corpo negro à temperatura de  $6000 \text{ K}$ . Calcule o fluxo de energia emitido pelo sol.

**15)** Nos manuais de fotografia fala-se de temperatura da luz. De facto, a temperatura de uma lâmpada de flash de tungsténio para estúdio é  $T_{tung.} = 3200 \text{ K}$ , e o seu espectro de radiação pode ser aproximado ao de um corpo negro com esta temperatura. Em dias nublados a luz é semelhante à emitida por um corpo negro à temperatura de  $T_{céu} = 7000 \text{ K}$ .

**15.a)** Qual o comprimento de onda,  $\lambda_{max}$ , que corresponde ao máximo de intensidade espectral da energia emitida no primeiro caso (lâmpada) e no segundo (céu).

**15.b)** Na tabela seguinte estão indicados os valores de comprimentos de onda da radiação na zona do visível.

Côr	Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Laranja	Vermelho	Infrav.
$\lambda(10^{-8}m)$	40 – 45	45 – 50	50 – 57	57 – 59	59 – 61	61 – 75	$\geq 75$

Com base nestes dados e nos resultados da alínea anterior explique qual o motivo pelo qual os manuais de fotografia aconselham o uso de um filtro azul para fotografar

à luz de um lâmpada de tungsténio e um filtro amarelo para fotografar à luz diurna com céu enublado.

**16)** O pirómetro óptico é um aparelho que se destina a medir as temperaturas à distância, através da análise da radiação emitida pelos corpos.

**16.a)** Sabendo que os comprimentos de onda de radiação máxima para duas estrelas são respectivamente  $\lambda_1 = 45 \times 10^{-8}m$  (côr azul), e  $\lambda_2 = 61 \times 10^{-8}m$  (côr vermelha), diga a que temperatura se encontram. Assuma que a radiação emitida é a de um corpo negro.

**16.b)** Em qual das estrelas a potência emitida por unidade de superfície é maior? Justifique.

**17)** Segundo o modelo cosmológico padrão, o Universo está a expandir-se e numa fase inicial era constituído por um plasma de partículas elementares (fermiões - i.e. electrões, neutrinos, quarks, etc - e bosões responsáveis pelas interações entre partículas -  $W$ ,  $Z$ , fotões, gluões, gravitões) em equilíbrio térmico. Durante a expansão a temperatura do Universo tem vindo a diminuir. Com o arrefecimento do Universo os quarks combinaram-se e deram origem a protões e neutrões.

**17.a)** Quando a temperatura atingiu os  $T = 10^{10} K$  os protões começaram a combinar-se com neutrões e a dar origem a núcleos de Deutério ( $p+n \rightarrow D$ ). No entanto, a esta temperatura a reacção inversa ( $D \rightarrow p+n$ ) era igualmente frequente. Os átomos de Deutério tornaram-se estáveis quando  $T = 5 \times 10^8 K$ . Como explicar este fenómeno? Para o fazer calcule a energia de ligação do protão e neutrão no núcleo de Deutério. Dê o resultado em  $eV$  ( $1 eV = 1.6 \times 10^{-19} J$ ).

O Universo continuou a expandir-se e a arrefecer. Os núcleos de Deutério fundiram-se em átomos de Hélio, o Universo era um grande reactor de fusão termonuclear.

**17.b)** A energia de ionização do hidrogénio é  $E_{ion} = 13.6 eV$ . Calcule a temperatura do Universo quando se formaram os primeiros átomos de Hidrogénio.

**17.c)** Posteriormente a radiação deixou de estar em equilíbrio térmico com a matéria

(pergunte-se porquê?), e viriam a formar-se as primeiras estrelas e galáxias.

Em 1965 Penzias e Wilson (laboratórios Bell, USA) detectaram por acaso a existência no Universo de uma radiação de fundo. A análise espectral indica que corresponde à radiação de um corpo negro à temperatura  $T = 2.7 K$ . Actualmente é considerada uma das provas mais sólidas a favor do Big-Bang e do modelo cosmológico padrão.

**17.d)** Calcule a actual densidade de energia da radiação de fundo do Universo.

**17.e)** Qual o comprimento de onda a que corresponde o máximo da densidade espectral da energia de radiação.

**18.a)** Represente esquematicamente o fluxo espectral de energia emitido por dois corpos negros com temperaturas  $T_A = 10000 K$  e  $T_B = 300 K$ .

**18.b)** Calcule o valor do comprimento de onda  $\lambda_{max}$  para o qual  $\varphi(\lambda_{max}, T)$  é máximo em cada um dos dois casos da alínea anterior.

**18.c)** Como é possível saber a temperatura da superfície de uma estrela se o fluxo espectral de radiação emitido por essa estrela,  $\varphi(\lambda, T)$ , for conhecido.

**18.d)** Suponha que, com base no processo exposto na alínea anterior, obteve para a temperatura de superfície de uma estrela A:  $T_A = 10^3 K$ . Suponha ainda que, utilizando um método completamente independente conseguiu determinar que a distância da estrela A à terra é 150 mil anos de luz. Se o fluxo total de radiação que nos chega dessa estrela A for 64 vezes superior ao de uma outra (B) cuja temperatura de superfície é  $T_B = 5000 K$ , mas que se encontra a uma distância de 200 mil anos luz e tem raio  $R_B = 100 km$ , calcule o raio da estrela A.